平成 29 年4月 30 日実施

「警視庁警察官Ⅰ類」

（第１回）

数的処理分野

【全問解説】

〔№. 34〕　**正答　5**

A～E の 5 人による総当たり戦(リーグ戦)の全対戦数は $_5C_2=10$ である。また，問題文より引き分けはないので，5 人の勝ち数の合計は 10 となるはずである。

ここで，条件より A，B，C の 3 人がそれぞれ 3 勝していることから，この 3 人の勝ち数の合計は 9 となるので，D および E の勝ち数の合計は 10－9＝1 となる。したがって，D および E の対戦成績は，「D が 1 勝で E が 0 勝」または「D が 0 勝で E が 1 勝」のどちらかとなる。

① D が 1 勝で E が 0 勝の場合

最終的な対戦成績は，D が 1 勝 3 敗，E が 0 勝 4 敗となる。ここから，対戦表にわかることを書き込んでみると，次のようになる。ただし，ピンク色で示した対戦の結果は確定しない。

	A	B	C	D	E	(勝－敗)
A				○	○	3－1
B				○	○	3－1
C				○	○	3－1
D	×	×	×		○	1－3
E	×	×	×	×		0－4

② D が 0 勝で E が 1 勝の場合

最終的な対戦成績は，D が 0 勝 4 敗，E が 1 勝 3 敗となる。ここから，対戦表にわかることを書き込んでみると，次のようになる。ただし，ピンク色で示した対戦の結果は確定しない。

	A	B	C	D	E	(勝－敗)
A				○	○	3－1
B				○	○	3－1
C				○	○	3－1
D	×	×	×		×	0－4
E	×	×	×	○		1－3

いずれの場合も，E は C に負けているので，確実にいえるのは選択肢 5 である。

〔№ 35〕　**正答　3**

足こぎボートには,大人は1人だけしか乗ることができないので,大人1人をゴール地点まで移動させるには,以下のように4回の手順が必要となる。

① まず，子ども2人でスタート地点からゴール地点に移動する。

② 次に，ゴール地点に着いた子どものうち1人だけでスタート地点に戻る。

③ 続いて，大人1人がスタート地点からゴール地点に移動する。

④ ゴール地点に着いた大人を下ろし，ゴール地点に残っていた子ども1人でスタート地点に戻る。

したがって，大人6人をゴール地点に移動させるためには，全部で4×6＝24(回)の手順が必要となる。

また，この時点で，スタート地点には子ども3人が残っており，足こぎボートはスタート地点にあるので，子ども2人でゴール地点に移動し(25回目)，そのうちの1人がスタート地点に戻り(26回目)，最後にスタート地点にいる子ども2人でゴール地点に移動(27回目)すれば，全員の移動を終えることができる。

よって，正答は選択肢3である。

〔№. 36〕　**正答　2**

まず，24 枚のコインを 8 枚ずつ 3 組に分け，そのうちの 2 組を天秤の左右に載せる。天秤が傾いた場合には，軽いほうの 8 枚の中に偽物が含まれており，天秤がつり合った場合には，天秤に載せなかった 8 枚の中に偽物が含まれていることになる。つまり，1 回の操作で，偽物が含まれている可能性があるコインの枚数を 8 枚まで絞り込むことができる。

次に，この 8 枚を，(3 枚，3 枚，2 枚)の 3 組に分け，3 枚の組どうしを天秤の左右に載せる。先ほどと同じように，天秤が傾いた場合には軽いほうの 3 枚の中に偽物が含まれており，天秤がつり合った場合には，天秤に載せなかった 2 枚のうちのどちらかが偽物のコインということになる。

最後に，残ったコインが 3 枚の場合には，1 枚ずつを天秤の左右に載せ，傾けば軽いほうが，つり合えば天秤に載せなかった 1 枚が偽物のコインであると判明する。また，残ったコインが 2 枚の場合には，これらを 1 枚ずつ天秤の左右に載せ，軽いほうが偽物のコインということになる。

以上のように，合計 3 回で確実に偽物のコインを特定することができる。

よって，正答は選択肢 2 である。

〔No. 37〕　**正答　3**

条件よりわかることを対応表に書き込んでみると，次のようになる。ただし，日曜日には 4 人が勤務しており，B が休んでいるので，B 以外の 4 人が勤務しており，また D は週に 5 日勤務しているので，月曜日と金曜日以外のすべての曜日に勤務していることになる。さらに，D と E は金曜日に勤務しておらず，金曜日には 3 人が勤務しているので，A，B，C の 3 人が金曜日に勤務していることになる。

	日	月	火	水	木	金	土	(日数)	
A	○					○		4	(3 日連続はない)
B	×					○		5	(5 日連続)
C	○					○		5	
D	○	×	○	○	○	×	○	5	
E	○		×			×		4	
(人数)	4	3	3	3	3	3	4	(23)	

ここで，B は 5 日連続で勤務しているので，B が勤務している曜日は「月～金」または「火～土」のいずれかであるが，B の勤務日が「月～金」の場合，B は土曜日に休むことになるので，B 以外の 4 人は土曜日に勤務していることになる。しかし，この場合には，A の勤務している曜日が「金，土，日」となって 3 日連続になってしまい，条件ウと矛盾する(問題文の『各人の出勤する曜日は，毎週変わらないものとする』という部分に注意)。

	日	月	火	水	木	金	土	(日数)	
A	○					○	○	4	(3 日連続になってしまう)
B	×	○	○	○	○	○	×	5	(5 日連続)
C	○					○	○	5	
D	○	×	○	○	○	×	○	5	
E	○		×			×	○	4	
(人数)	4	3	3	3	3	3	4	(23)	

したがって，B が勤務している曜日は「火～土」となり，B は月曜日に休んでいることになる。また，月曜日には 3 人が勤務しているので，A，C，E の 3 人が月曜日に勤務しており，A が 3 日連続で勤務しないことから，A は火曜日および土曜日には休んでいることになる。ここから，火曜日の勤務者は B，C，D の 3 人であり，土曜日の勤務者は A 以外の 4 人であることがわかる。さらに，ここまでで C が勤務している曜日が「日，月，火，金，土」と確定するので，C は水曜日および木曜日には休んでいることになる。ただし，A と E については，一方が水曜日に，他方が木曜日に勤務していることになるが，これはどちらであるか確定しない。

	日	月	火	水	木	金	土	(日数)	
A	○	○	×	○/×	×/○	○	×	4	(3 日連続はない)
B	×	×	○	○	○	○	○	5	(5 日連続)
C	○	○	○	×	×	○	○	5	
D	○	×	○	○	○	×	○	5	
E	○	○	×	×/○	○/×	×	○	4	
(人数)	4	3	3	3	3	3	4	(23)	

以上より，確実にいえるのは選択肢 3 の「C は D と週に 3 日だけ同じ曜日に勤務する。」である。

〔No. 38〕　**正答　4**

問題で与えられた命題を，それぞれ論理式で表し，その対偶をとってみると，次のようになる。

（もとの命題）	（その対偶）
理科 ⇒ 数学	$\overline{\text{数学}}$ ⇒ $\overline{\text{理科}}$
歴史 ⇒ $\overline{\text{数学}}$	数学 ⇒ $\overline{\text{歴史}}$
$\overline{\text{暗記}}$ ⇒ $\overline{\text{集中力}}$	集中力 ⇒ 暗記
暗記 ⇒ 歴史	$\overline{\text{歴史}}$ ⇒ $\overline{\text{暗記}}$
睡眠 ⇒ 集中力	$\overline{\text{集中力}}$ ⇒ $\overline{\text{睡眠}}$

これらの命題から，三段論法により確実にいえるのは，選択肢４の「数学が得意である生徒は，睡眠を十分にとっていない。」である。

〔No. 39〕　**正答　2**

両親の年齢の和を x，長男と次男の年齢の和を y とすると，「現在の両親の年齢の和が長男と次男の年齢の和の6倍であること」および「2年後には現在の両親の年齢の和が長男と次男の年齢の和の5倍となること」から，

$$x=6y$$

$$x+2\times 2=5(y+2\times 2)$$

この連立方程式を解くと，$x=96$，$y=16$ となる。また，現在の父の年齢は母の年齢より2歳年上，つまり現在の母の年齢は父の年齢より2歳年下であることから，父の年齢を a 歳とすると，

$$a+(a-2)=96 \qquad \therefore \quad a=49(\text{歳})$$

さらに，現在の父の年齢は次男の年齢の7倍であるから，次男の年齢は7歳となり，長男と次男の年齢の和が16歳であることから，長男の年齢は $16-7=9$(歳)となる。

よって，長男と次男の年齢の差は2歳となるので，正答は選択肢2である。

〔No. 40〕　　正答　2

長方形ＩＦＪＤの面積が正方形ＥＦＧＨの面積の$\frac{3}{8}$であるから，長方形ＩＦＪＤの面積を $3a\,\mathrm{cm}^2$ とすると，正方形ＥＦＧＨの面積は $8a\,\mathrm{cm}^2$ となる。また，長方形ＡＢＣＤの面積と正方形ＥＦＧＨの面積の比が 7：4 であるので，

（長方形ＡＢＣＤの面積）：$8a=7:4$　　∴　（長方形ＡＢＣＤの面積）$=14a\,(\mathrm{cm}^2)$

したがって，図の斜線部分の面積は $14a-3a=11a\,(\mathrm{cm}^2)$ となり，これが $55\,\mathrm{cm}^2$ であるので，

$11a=55$　　∴　$a=5\,(\mathrm{cm}^2)$

よって，長方形ＡＢＣＤの面積は，$14a=70\,(\mathrm{cm}^2)$ となる。

〔No. 41〕　**正答　1**

点 A および点 B はたがいに同一の平面上にあるので，線分 AB は立体表面の切断線となる。また，点 B および点 C もたがいに同一の平面上にあるので，線分 BC も立体表面の切断線となる。

ここで，図 1 のように点 D，点 E を定めると，黄色で示した点 D を含む面は，点 A および点 B を含むピンク色で示した面と平行な面であるから，この黄色の面に現れる切断線は線分 AB と平行な線となり，緑色で示した点 E を含む面も，点 A および点 B を含むピンク色で示した面と平行な面であるから，この緑色の面に現れる切断線も線分 AB と平行な線となる。

したがって，この立体を切断したときのようすは図 2 のようになる。

図1

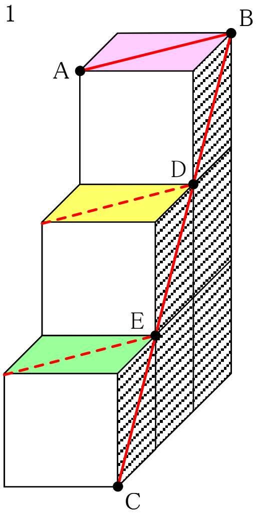
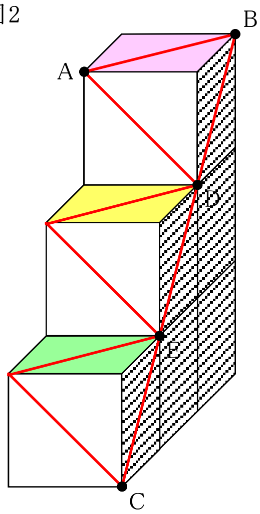


図2



よって，正答は選択肢 1 である。

〔No. 42〕　**正答　1**

AB＝BC，∠B＝90° の直角二等辺三角形を，辺 BC を軸として一回転させると，図 1 のような円錐となる。この円錐を，辺 AB を含む直線を軸として一回転させると，図 1 の円錐の底面となっている円が，その直径を軸として一回転することになるので，できる立体は辺 AB(辺 BC)を半径とする球となる(図 2)。

図1

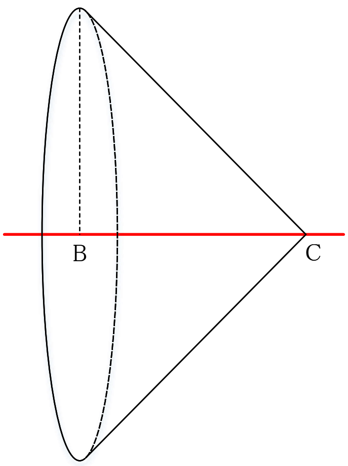


図2

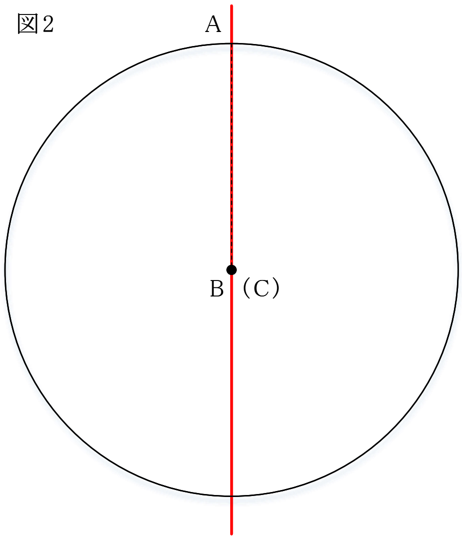


図1の円錐を真上から見たようす

よって，正答は選択肢 1 である。

〔No. 43〕　**正答　4**

底面の半径が r，母線の長さが l である円錐の表面積 S は，$S=\pi r(r+l)$ である。したがって，底面の半径が 3，母線の長さが 9 である円錐の表面積は，$3\pi\times(3+9)=36\pi$ である。また，各選択肢の立体の表面積は，それぞれ次のようになる。

1．1 辺の長さ 6 の正八面体　→　$\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times 6^2\times 8=72\sqrt{3}$

2．底面の半径 1.5，母線の長さ 4.5 の円錐 2 個を底面どうしぴったり合わせた立体
　→　$\pi\times 1.5\times 4.5\times 2=13.5\pi$

3．底面の半径 2，高さ 6 の円柱　→　$4\pi\times 2+4\pi\times 6=32\pi$

4．半径 $2\sqrt{3}$ の半球　→　$4\pi\times(2\sqrt{3})^2\div 2+\pi\times(2\sqrt{3})^2=36\pi$

5．半径 $3\sqrt{2}$ の球　→　$4\pi\times(3\sqrt{2})^2=72\pi$

よって，問題の円錐と表面積が等しい立体は，選択肢 4 の「半径 $2\sqrt{3}$ の半球」である。

〔No. 44〕　正答　4

平面を直線でできるだけ多くの領域に分割していく場合，もとの平面(この問題では円)から，1 本目の直線を引くと領域が 1 つ増え，2 本目の直線を引くと領域がさらに 2 つ増え，3 本目の直線を引くと領域がさらに 3 つ増え，……，というように,「n 本目の直線を引くごとに領域が新たに n 個増える」という関係が成り立っている。したがって，たとえば 3 本の直線によって分割される最大の領域数は，1＋1＋2＋3＝7 となる。

問題の円には，すでに 3 本の直線によって 7 つの領域に分割されているので，最大分割である。ここに，新たに 5 本の直線を書き加えると，直線は全部で 8 本となるので，そのときに分割されてできる最大の領域数は,

$$1+1+2+3+4+5+6+7+8=37$$

よって，正答は選択肢 4 である。

〔No. 45〕　**正答　2**

100から500までの自然数で最初に連続する2数は100と101であり，これらの和は201であるから，これを29で割ってみると$201 \div 29 = 6$あまり27となって，29では割り切れない。しかし，次の連続する2数の和は$101 + 102 = 203$であり，$203 \div 29 = 7$となって，29で割り切れる。

ある数が29で割り切れるということは，その数が29の倍数になっているということであるから，2数の和が29の倍数になっていればよいと考えられるが，「連続する2数の和」はかならず奇数になるので，たとえば2数の和が$29 \times 8 = 232$となることはない。したがって，2数の和は29の「奇数倍」になっていなければならない。さらに，2数の和の最大値は$499 + 500 = 999$であり，kを整数として奇数が「$2k+1$」と表されることから,,

$$201 \leqq 29(2k+1) \leqq 999$$

$$201 \leqq 58k + 29 \leqq 999$$

$$172 \leqq 58k \leqq 970$$

$$2.96\cdots \leqq k \leqq 16.72\cdots$$

したがって，kの値は3〜16の14個となるので，29の倍数となる2数の組は全部で14組あることになる。

よって，正答は選択肢2である。

〔No. 46〕　**正答　5**

選択肢には，赤い玉が 2 個の場合，3 個の場合，6 個の場合の 3 通りしかないので，それぞれの場合について，赤い玉と白い玉が 1 個ずつ出る確率を求めればよい。ただし，2 個の玉を同時に取り出すときの確率は，まず玉を 1 個引き，その玉を元に戻さずに 2 個目を引くときの確率と同じである。また，赤い玉と白い玉が 1 個ずつ出る確率は，「赤→白」の順で引く場合と「白→赤」の順で引く場合の和となる。

（赤い玉が 2 個の場合）　$\frac{2}{8}\times\frac{6}{7}+\frac{6}{8}\times\frac{2}{7}=\frac{3}{7}$

（赤い玉が 3 個の場合）　$\frac{3}{8}\times\frac{5}{7}+\frac{5}{8}\times\frac{3}{7}=\frac{15}{28}$

（赤い玉が 6 個の場合）　$\frac{6}{8}\times\frac{2}{7}+\frac{2}{8}\times\frac{6}{7}=\frac{3}{7}$

したがって，赤い玉と白い玉が 1 個ずつ出る確率が $\frac{3}{7}$ になるのは，赤い玉が 2 個の場合と 6 個の場合である。よって，正答は選択肢 5 である。

〔№. 47〕　**正答　5**

1 人が 1 日にこなす仕事量を「1」とすると，すべての仕事を終えるのに 12 人で 15 日かかるのであるから，全体の仕事量は 12×15＝180 ということになる。

この仕事を 20 日間で完了させるためには，180÷20＝9 より毎日 9 人が必要である。この 9 人が 12 日間にこなした仕事量は 9×12＝108 であるので，12 日目終了時点での仕事の残量は 180－108＝72 である。これを 3 日間で完了するために必要な一日当たりの人数は 72÷3＝24(人)であるから，増やす必要がある人数は，24－9＝15(人)となる。

よって，正答は選択肢 5 である。

〔No. 48〕　**正答　5**

たとえば，0〜19 歳の年代について，20 年前の人口を a 人とすると，20 年前に対する増加率が 25%であるので，その増加数を x 人とすると，

$$0.25a = x \qquad \therefore \quad a = \frac{x}{0.25} = 4x\text{(人)}$$

それぞれの年代における増加数は x 人で等しいので，それぞれの年代の 20 年前の人口は，20〜39 歳が $\frac{x}{0.4} = 2.5x$(人)，40〜59 歳が $\frac{x}{0.2} = 5x$(人)，60 歳以上が $\frac{x}{1.0} = x$(人)となる。したがって，20 年前の A 県の人口は，

$$4x + 2.5x + 5x + x = 12.5x\text{(人)}$$

また，A 県の現在の人口は 330 万人であり，4 つの年代それぞれにおいて 20 年前よりも x 人ずつ増加しているので，

$$12.5x + 4x = 330 \qquad \therefore \quad x = 20\text{(万人)}$$

よって，20 年前の A 県の人口は $12.5x = 250$(万人)となるので，正答は選択肢 5 である。

〔No. 49〕　正答　4

資料では,「前年同月比」が示されているが，これは「各月における前年の同じ月に対する割合」のことであるから，前年同月の販売量は,「今年の販売量÷前年同月比」で求めることができる。

この関係をもとに，各選択肢について検討すると，次のようになる。

1. 平成 28 年度の 4 月における 4 つの区分の販売量の合計は 28,545＋11,061＋1,861＋38,467＝79,934(t)であり,前年度の4月における4つの区分の販売量の合計は28,545÷0.999＋11,061÷0.833＋1,861÷0.924＋38,467÷1.017≒81,690(t)であるので，前年度のほうが大きい。よって誤りである。
2. 前年度の 6 月におけるガラスびんの販売量は，30,282÷0.974≒31,090(t)である。一方，前年度の 9 月におけるガラスびんの販売量は，28,555÷0.907≒31,483(t)で，こちらのほうが多い。よって誤りである。
3. 平成 28 年度の 6 月における 4 つの区分の販売量の合計は 30,282＋13,060＋1,774＋35,253＝80,369(t)であるので，プラスチック製容器包装の占める割合は 35,253÷80,369≒0.439 となって 4 割を超えている。よって誤りである。
4. 正しい。紙製容器包装の販売量について，たとえば 4 月における前年度からの減少量を計算してみると，1,861÷0.924－1,861≒153(t)となり，100 t 以上である。したがって，紙製容器包装の販売量が前年度と比べて最も減少した月における減少量も，100 t 以上となるはずである(実際に計算してみると，4 月の減少量が最も大きい)。
5. PET ボトルの前年度の販売量について，4 月は 11,061÷0.833≒13,279(t)，9 月は 14,033÷1.008≒13,922(t)で，9 月のほうが多い。よって誤りである。

以上より，正答は選択肢 4 である。

〔No. 50〕　**正答　2**

三角図表において，ある点の数値を読み取るには，各辺(軸)の原点(0%の地点)で交わる他の軸に対して平行な線を各辺に向かって引き，交わった地点の数値を読み取ればよい。このルールに従って，A 国～H 国の産業別人口構成比のおよその値を読み取ってみると，次の表のようになる。

	第 1 次産業	第 2 次産業	第 3 次産業
A 国	3%	25%	72%
B 国	19%	37%	44%
C 国	48%	25%	27%
D 国	24%	19%	57%
E 国	54%	12%	34%
F 国	32%	32%	36%
G 国	72%	7%	21%
H 国	2%	39%	59%

この表をもとに，各選択肢について検討すると，次のようになる。

1.　第 1 次産業の人口構成比が最も低い国は H 国である。よって誤りである。
2.　正しい。第 1 次産業の人口構成比が第 3 次産業の人口構成比よりも高い国は，C 国，E 国，G 国の 3 か国である。
3.　資料では，総人口や産業別人口などについて具体的な人数が与えられていないので，E 国の第 2 次産業人口と F 国の第 2 次産業人口を比較することはできない。
4.　第 3 次産業の人口構成比が B 国より高い国は，H 国の他に A 国および D 国がある。よって誤りである。
5.　第 3 次産業の人口構成比が第 2 次産業の人口構成比よりも低い国は，資料中の 8 か国の中にはない。よって誤りである。

以上より，正答は選択肢 2 である。