2015/06/08

平成27年6月7日実施

「特別区Ⅰ類」

数的処理

【解　説】

資格★合格クレアール

〔No.　9〕　**正答　2**

たとえばAがa個のボールを持っている状態でじゃんけんに勝つと，BとCからAが持っているボールと同じa個のボールをもらえる。したがって，Aが持つボールの個数は合計で$3a$個となる。これを逆に考えれば，じゃんけんに勝った人は，じゃんけんに勝つ前は勝った後のボールの数の$\frac{1}{3}$だけボールを持っていたことがわかる。また，それと同数のボールを他の 2 人からもらっていることになる。

これをもとに，5 回目に C が勝って 3 人のボールの数が 486 個になった状態から順にさかのぼっていくと，次のようになる。

	さいご	5回目		4回目		3回目		2回目		1回目	はじめ
A	0	162	162	54	216	18	234	78	78	26	26
B	0		162		54		18		96		122
C	486	162	162	54	216	18	234	78	312	26	338

この表から，確実にいえるのは選択肢 2 の「B が 1 回目のじゃんけんの前に持っていたボールの個数は 122 個である」となる。

〔№ 10〕　正答　3

ややわかりにくい暗号であるが，「イヌ」が「01－10」，「ハル」が「03－11」，「ホロ」が「05－02」であるので，ここから「01」，「02」，「03」に相当する文字を抜き出すと，それぞれ「イ」，「ロ」，「ハ」となることから，「いろは歌」をもとにした暗号であると推測できる。

そこで，「いろは歌」と暗号の数字との対応を表にしてみると，次のようになる。

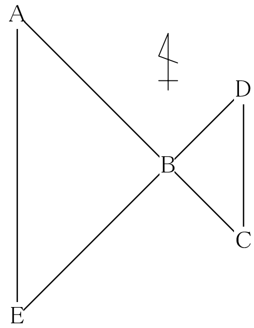
い	ろ	は	に	ほ	へ	と	ち	り	ぬ	る	を	わ	か	よ	た
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16
れ	そ	つ	ね	な	ら	む	う	ゐ	の	お	く	や	ま	け	ふ
17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32
こ	え	て	あ	さ	き	ゆ	め	み	し	ゑ	ひ	も	せ	す	(ん)
33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48

この表より，「07－08」は「トチ」となるので，正答は選択肢 3 である。

〔No. 11〕　**正答　3**

　条件アよりＡはＢの北西に位置しており，条件イよりそのＢはＣの北西に位置しているので，ＡはＣの北西に位置していることになる。したがって，選択肢３の「Ｃは，Ａの南東に位置している」は確実にいえる。

　なお，この５か所の位置関係を図で示すと，次のようになる。ただし，各地点の方角は決まっているが，距離は決まっていない。



〔No. 12〕　正答　1

7L の容器と 9L の容器には 2L の差があるので，この 2L の差をうまく利用することを考える。

まず，9L の容器に水をいっぱいに満たし，次に 9L の容器から，7L の容器がいっぱいになるまで水を移すと，9L の容器に水が 2L 残る。さらに 7L の容器の水を水槽に戻し，9L の容器に残っている 2L の水を 7L の容器に移す。

この一連の操作をもう一度行うと，9L の容器に満たした水を 7L の容器に移す際，すでに 7L の容器には水が 2L 入っているので，5L しか水を移すことができないので，9L の容器には 4L の水が残ることになる。このようにして，9L の容器に残る水を「2L→4L→6L→8L」としていけばよい。

この手順を表にすると，次のようになる。

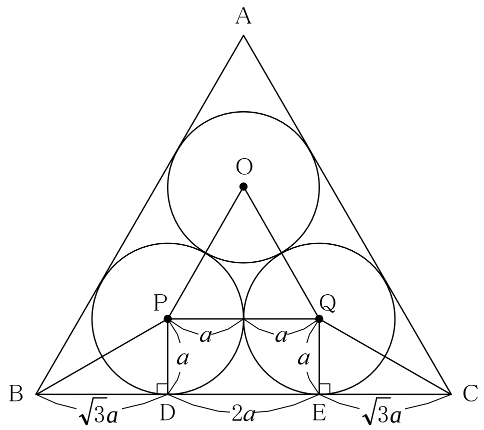
手　順	操　作	9L の容器	7L の容器
1 回目	水槽→ 9L	9	0
2 回目	9L → 7L	2	7
3 回目	7L →水槽	2	0
4 回目	9L → 7L	0	2
5 回目	水槽→ 9L	9	2
6 回目	9L → 7L	4	7
7 回目	7L →水槽	4	0
8 回目	9L → 7L	0	4
9 回目	水槽→ 9L	9	4
10 回目	9L → 7L	6	7
11 回目	7L →水槽	6	0
12 回目	9L → 7L	0	6
13 回目	水槽→ 9L	9	6
14 回目	9L → 7L	8	7

以上より，9L の容器に 8L の水を入れるための最少回数は 14 回である。

〔№. 13〕　**正答　５**

一辺の長さがaの正三角形の面積が $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ であることを利用する。

3 つの円の半径がそれぞれaであることから，正三角形OPQの一辺の長さは $2a$となるので，正三角形OPQの面積は $\frac{\sqrt{3}}{4}(2a)^2=\sqrt{3}a^2$ である。また，円Pおよび円Qと辺BCとの接点をそれぞれD，Eとすると，PDおよびQEはBCと垂直に交わり，三角形PBDおよび三角形QCEは 3 辺の比が $1:2:\sqrt{3}$ の直角三角形となるので，PD＝QE＝aよりBD＝CE＝$\sqrt{3}a$ となる。さらに，DE＝PQ＝$2a$であるので，正三角形ABCの一辺の長さは$(2+2\sqrt{3})a$ となる。したがって，正三角形ABCの面積は$\frac{\sqrt{3}}{4}\{(2+2\sqrt{3}a)\}^2=(6+4\sqrt{3})a^2$ となる。



よって，正三角形 OPQ の面積に対する正三角形 ABC の面積の割合は，$(6+4\sqrt{3})a^2\div\sqrt{3}a^2=2\sqrt{3}+4$ となる。

〔№. 14〕　正答　３

aは 15 で割り切れ，bは 13 で割り切れるので，$a=15m$，$b=13n$（m，nはそれぞれ正の整数）と表すことができる。また，aとbの積が 189 で割り切れることから，$a\times b=15m\times 13n=189k$（$k$は正の整数）となるので，

$$(15\times m)\times(13\times n)=3^3\times 7\times k$$

ここで，bが 7 で割り切れないということは，bを素因数分解しても 7 が現れないということであるが，aとbの積の中には素因数として 7 が含まれているので，aは素因数として 7 をもっていることになる。したがって，3 桁の自然数のうち，aの最小値と考えられるものは 15×7＝105 であり，その 2 倍，3 倍，4 倍，…などの値もaとしてありうる数ということになる。ここから，aとしてありうる数は，以下の 9 通りとなる。

105×1＝105	105×2＝210	105×3＝315	105×4＝420	105×5＝525
105×6＝630	105×7＝735	105×8＝840	105×9＝945	

ところが，a^2が 27 で割り切れないということは，aを素因数分解しても 3^2(または 3^3，3^4など)が現れないということであるので，上記の 9 つの数のうち，105×3＝315，105×6＝630，105×9＝945 はありえないことになる。結局，aとしてありうる数は，以下の 6 つの数である。

105，210，420，525，735，840

また，aとbの積には「3^3」が含まれているが，aの中に素因数として含まれる 3 は「3^1」のみであるので，bのほうには少なくとも「3^2」が含まれていることになる。したがって，3 桁の自然数のうち，bの最小値と考えられるものは 3^2×13＝117 であり，その 2 倍，3 倍，4 倍，…などの値もbとしてありうる数ということになる。ただし，bは 7 では割り切れないので，bとしてありうる数は，以下の 7 通りとなる。

117×1＝117	117×2＝234	117×3＝351	117×4＝468
117×5＝585	117×6＝702	117×8＝936	

これらのaおよびbのうち，$a>b$で$a-b$が最小となるのは，$a=735$，$b=702$ のときで，$a-b=33$ となる。

〔No. 15〕　正答　3

　C が A, B を同時に追い越したとき，3 人が出発地である X 町から進んだ距離は等しくなっている。ここで，「等しい距離を進むのにかかる時間の比と速さの比は逆比になる」という関係を用いると，(A の速さ)：(B の速さ)＝6：24＝1：4 であるので，(A の時間)：(B の時間)＝4：1 となり，A と B の出発時刻の差が 30 分であることから，(A の時間)＝40 分，(B の時間)＝10 分となる。したがって，A と B が C に追いつかれたのは 8 時ちょうどということになる。

　また，A と B が C に追いつかれた地点までに A が進んだ距離は $6\times\frac{40}{60}=4$(km)であり，C はこの距離を $4\div60\times60=4$(分)で進むので，C が出発したのは 8 時ちょうどの 4 分前の 7 時 56 分である。

〔No. 16〕　**正答　4**

3 個のさいころを振ることにより作ることのできる 3 桁の数は，各桁の数字が 1～6 の間にあるもののみであり，最大の数は「666」である。また，23 の倍数のうち 3 桁かつ 666 までにあるものは，23×5＝115 から 23×28＝644 までである。そこで，これらの数をすべて書き並べて，「0，7，8，9」を含む数字を除いていけばよい。

115	○	253	○	391	×	529	×
138	×	276	×	414	○	552	○
161	○	299	×	437	×	575	×
184	×	322	○	460	×	598	×
207	×	345	○	483	×	621	○
230	×	368	×	506	×	644	○

以上より，該当するものは 9 通りあるので，求める確率は $\frac{9}{6^3}=\frac{1}{24}$ となる。

〔No. 17〕　正答　4

4次正方魔方陣では，一列の和が34になっている。そこで，右の図のようにC，Dを定めると，

1	8	A	C
		D	3
	11	7	
4	B	9	

1＋8＋A＋C＝34　→　A＋C＝25

A＋D＋7＋9＝34　→　A＋D＝18

C＋D＋11＋4＝34　→　C＋D＝19

上の2つの方程式を辺々足してから3つ目の方程式を辺々引くと，2A＝24となるので，A＝12，C＝13，D＝6となる。

同様に，右の図のようにE，Fを定めると，

1	8	12	13
	E	6	3
	11	7	
4	B	9	F

8＋E＋11＋B＝34　→　B＋E＝15

4＋B＋9＋F＝34　→　B＋F＝21

1＋E＋7＋F＝34　→　E＋F＝26

これらの方程式から，B＝5，E＝10，F＝16となる。

以上より，AとBの積は12×5＝60となる。

なお，この魔方陣を完成させると，次のようになる。

1	8	12	13
15	10	6	3
14	11	7	2
4	5	9	16

〔No. 18〕　**正答　1**

桁数が大きな実数の表であるが，数値の読み取り自体には問題なく，選択肢にも特に注意を要するものはないので，確実に得点したい問題である。

1.　正しい。2012年における韓国への輸出額の対前年減少率は$\frac{|4{,}911{,}270-5{,}269{,}143|}{5{,}269{,}143}\times 100 \fallingdotseq 6.8(\%)$であり，同年における中国への輸出額の対前年減少率は$\frac{|11{,}509{,}144-12{,}902{,}160|}{12{,}902{,}160}\times 100 \fallingdotseq 10.8(\%)$で，韓国のほうが小さい，
2.　2012年におけるシンガポールへの輸出額の対前年減少額は，2,170,069－1,859,371＝310,698(百万円)で，3,000億円より大きい。よって誤りである。
3.　2008年から2012年までの各年におけるタイへの輸出額をみると，3兆円を上回ったのは2008年および2012年の2年であり，3兆円を超える額の合計は5,000億円あまりである。ところが，2009年の輸出額は2兆1,000億円に満たないので，2008年と2012年の3兆円を上回る分を加えても3兆円に届かない。したがって，タイへの輸出額のこの5年間における平均は3兆円に満たない(実際に計算してみると，2兆9000億円あまりとなる)。よって誤りである。
4.　インドネシアへの輸出額の2010年に対する2012年の増加率は，$\frac{1{,}618{,}683-1{,}394{,}459}{1{,}394{,}459}\times 100 \fallingdotseq 16.1(\%)$で15%より大きい。よって誤りである。
5.　2010年における中国への輸出額に対する韓国への輸出額の比率は$\frac{5{,}460{,}193}{13{,}085{,}565}\fallingdotseq 0.408$であり，2009年における中国への輸出額に対する韓国への輸出額の比率は$\frac{4{,}409{,}729}{10{,}235{,}596}\fallingdotseq 0.417$で，2010年のほうが小さい。よって誤りである。

以上より，正答は選択肢1である。

〔№. 19〕　**正答　4**

資料は対前年度増加率の推移を示したものであるが，増減の幅が大きい項目も多数存在するので，近似法が利用できない選択肢も含まれている。

1. 平成22年における「かたくちいわし」の漁獲量を100とすると，平成24年における「かたくちいわし」の漁獲量の指数は，100×(1－0.254)×(1－0.063)≒68.3となり，70を下回っている。よって誤りである。
2. 平成21年における「すけとうだら」の漁獲量を100とすると，平成24年における「すけとうだら」の漁獲量の指数は100×(1＋0.105)×(1－0.049)×(1－0.038)≒101.1となり，平成24年の漁獲量のほうが大きい。よって誤りである。
3. 平成21年以降の「ほたてがい」の漁獲量の対前年増加率は，増減の幅があまり大きくないので，近似法を利用して考えてもよい。近似法を利用すると，平成21年の「ほたてがい」の漁獲量を100としたときの平成24年の「ほたてがい」の漁獲量は，100＋3.0＋2.3－7.4＋4.1＝102となり，平成21年を上回る(実際に計算すると101.57となる)。よって誤りである。
4. 正しい。平成20年を100として，「さんま」および「かつお」を漁獲量の平成23年における減少率を計算すると，「さんま」が100×(1－0.124)×(1－0.332)×(1＋0.038)≒60.74より－39.26%，「かつお」が100×(1－0.128)×(1＋0.128)×(1－0.134)≒85.18より－14.82%となって，「さんま」の減少率は「かつお」の減少率の2倍より大きくなっている。
5. 全体の漁獲量の推移が示されていないので，このようなことはいえない。たとえば，「かつお」や「かたくちいわし」の漁獲量が非常に大きい場合，平成23年は前年に比べてこの2つの魚種の漁獲量が激減しているために，合計の漁獲量も大きく減少することになる。このとき，漁獲量が増加している「さんま」や，減少率が比較的少ない「すけとうだら」なども，合計に占める割合が増加する可能性がある。

以上より，正答は選択肢4である。

〔№ 20〕　**正答　4**

グラフには実数が記載されているが，選択肢によっては，年度ごとの合計も求める必要がある。

1.　2011 年におけるコートジボワールの生産量の対前年増加数は 258 千トンであり，これは 2010 年のコートジボワールの生産量である 1,301 千トンの 20%より小さい。よって誤りである。

2.　2011 年におけるガーナの生産量の対前年増加数は 68 千トンであり，2009 年におけるガーナの生産量の対前年増加数である 30 千トンの 2 倍を上回っている。よって誤りである。

3.　2009 年における 4 か国の生産量の合計は 1,233＋810＋711＋364＝3,108(千トン)であり，2010 年における 4 か国の生産量の合計は 1,301＋845＋632＋399＝3,177(千トン)である。したがって，4 か国の合計に占めるインドネシアの生産量の割合は，2009 年が $\frac{810}{3,108}\fallingdotseq 0.261$，2010 年が $\frac{845}{3,177}\fallingdotseq 0.266$ となり，わずかに 2010 年のほうが大きい。よって誤りである。

4.　正しい。2007 年から 2011 年までの 5 年間におけるナイジェリアの生産量の 1 年当たりの平均は，(500＋367＋364＋399＋400)÷5＝406(千トン)となり，40 万トンを上回っている。

5.　2011 年については，インドネシアの生産量は 712 千トンで，コートジボワールの生産量である 1,559 千トンの 50%に満たない。よって誤りである。

以上より，正答は選択肢 4 である。

〔No. 21〕　正答　1

総量記載のある構成比の円グラフである。各項目の実数値は，「その年度の総計×(各項目の構成／100)」で求めることができるが，この問題では，選択肢で必要となる値は「事務用・サービス用・民生用機械」,「一般産業用機械・設備」,「特殊産業用機械・設備」の 3 つの項目だけである。このように，必要となる数値が比較的少数である場合は，計算により実数値を求めてしまったほうがよい。

そこで，2009 年および 2013 年における 3 つの項目の実数値を計算してみると，次のようになる。なお，現実には，2009 年の売上高合計を 3,000 億円，2013 年の売上高合計を 4,000 億円として差し支えない。

	2009 年		2013 年	
売上高合計	300,493 百万円		396,238 百万円	
事務用・サービス用・民生用機械	37.9%	113,887 百万円	39.3%	155,722 百万円
一般産業用機械・設備	30.4%	91,350 百万円	38.1%	150,967 百万円
特殊産業用機械・設備	17.6%	52,887 百万円	14.2%	56,266 百万円

1.　正しい。2009 年の「一般産業用機械・設備」の 160%は 91,350×1.60＝146,160(百万円)であり，2013 年の「一般産業用機械・設備」のほうが大きい。

2.　2009 年の「事務用・サービス用・民生用機械」の売上高を 100 としたときの 2013 年のそれの指数は，$\frac{155,722}{113,887}\times 100 \fallingdotseq 137$ で，140 を下回る。よって誤りである。

3.　「一般産業用機械・設備」の 2009 年に対する 2013 年の増加率は $\frac{150,967-91,350}{91,350}\times 100 \fallingdotseq 65.3(\%)$，「事務用・サービス用・民生用機械」の増加率は $\frac{155,722-113,887}{113,887}\times 100 \fallingdotseq 36.7(\%)$ となり，前者は後者の 2 倍よりは小さい。よって誤りである。

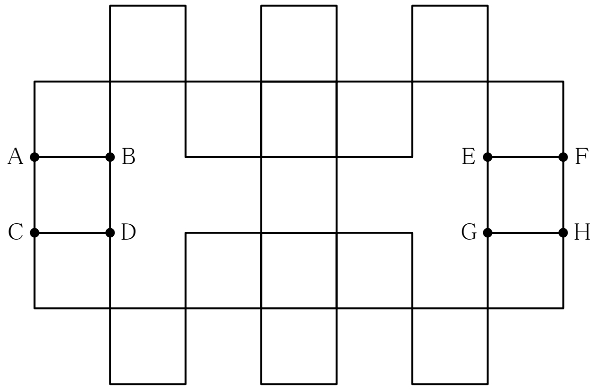
4.　売上高合計の 2009 年に対する 2013 年の増加額は 95,745(百万円),「特殊産業用機械・設備」の増加額は 3,379(百万円)であるので，前者にしめる後者の割合は $\frac{3,379}{95,745}\times 100 \fallingdotseq 3.5(\%)$ で 5%に満たない。よって誤りである。

5.　「特殊産業用機械・設備」の売上高の 2009 年に対する 2013 年の増加額は 3,379(百万円)であり，40 億円を超えていない。よって誤りである。

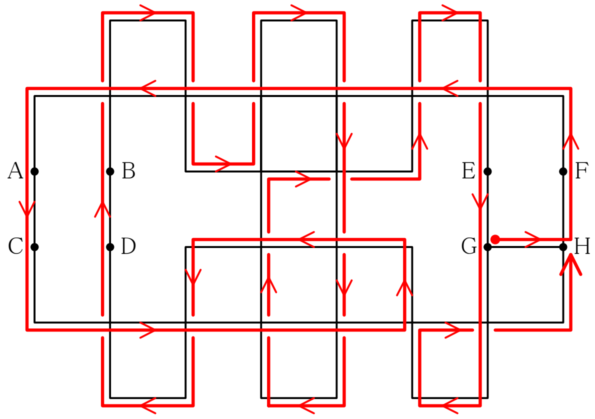
以上より，正答は選択肢 1 である。

〔No. 22〕　**正答　2**

ある図形が一筆書きできるためには，図形全体の中で「奇点」（線が奇数本集まる点）が 0 個または 2 個である必要がある。ところが，問題の図形には，下の図の A～H で示したように，奇点が全部で 8 個ある。



これら 8 個の奇点を 2 個まで減らすには，たとえば「A と B を結ぶ線」，「C と D を結ぶ線」，「E と F を結ぶ線」を取り除けばよい。G と H が奇点として残るが，奇点が 2 個である図形は，一方の奇点を始点とし，他方の奇点を終点とする形で一筆書きができる。



したがって，取り除く線の最少本数は 3 本である。

〔No. 23〕　**正答　1**

正面図から，この立体は高さの等しい 3 つの立体に分けられると考えられる。また，平面図(真上から見た図)から，最下段は図 1 のような平面図となり，中段は図 2 のような平面図になると考えられる。

図 1（最下段）

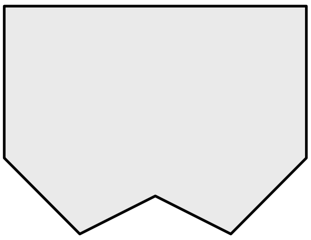


図 2（中段）

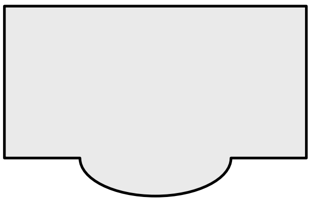
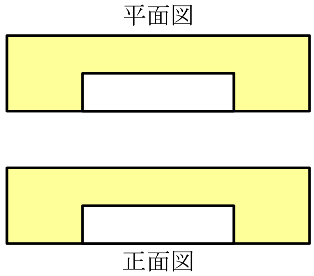
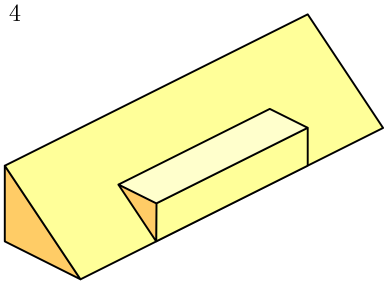


図 3（最上段）



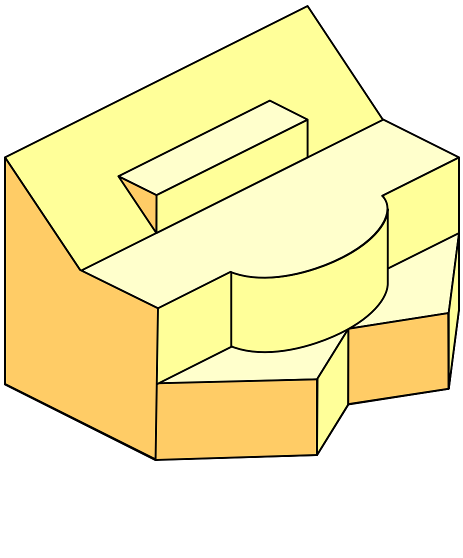
最上段の形を考えると,図 3 の正面図における黄色の面は,平面図における黄色の面と同一の形であるので,選択肢の図(左側面図)も合わせて考えると，この面は前下がりの斜面であり，斜面の途中に，斜面の幅より小さな幅の凸部があると考えられる(図 4)。

図 4



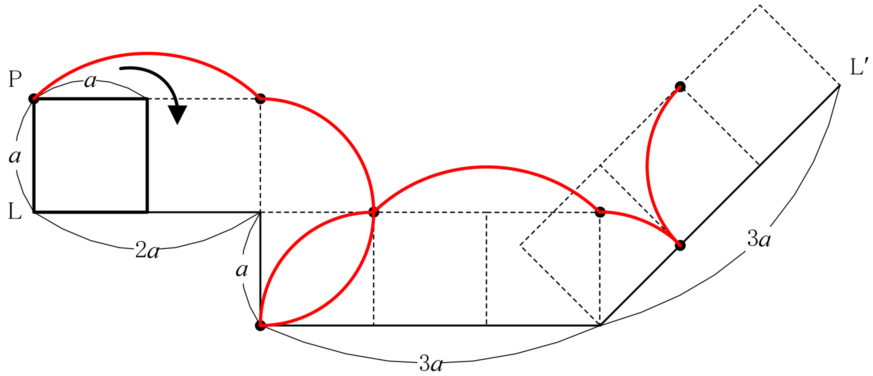
この時点で，最上段の見え方として矛盾しないものは選択肢 1 のみである。

なお，この立体の実際の形は次のようになる。



〔No. 24〕　正答　1

問題の正方形を順に回転させていくと，頂点Ｐの軌跡は次のようになる。



よって，正答は選択肢１である。