

[No. 9] 正答 4

6 チームによる総当たり戦であるので、各チームの対戦相手は、全参加チーム数から自身を除いた 5 チームであるので、1 チーム当たりの試合数は 5 試合である。したがって、全試合数は $\frac{5 \times 6}{2} = 15$ (試合) である。また、条件より、

A, B, C, E, F の勝ち数の合計は「8」であり、A, C, E, F の負け数の合計は「12」であるが、勝ち数の合計と負け数の合計は等しいはずであるので、D は少なくとも 4 勝はしていることになる。

① D が 4 勝である場合

A~F の勝ち数の合計は「12」となり、負け数の合計も「12」でなければならないことから、B と D はいずれも「0 敗」だったことになり、B の対戦成績は「3 勝 2 分」、D の対戦成績は「4 勝 1 分」となる。この場合、B と D はいずれも無敗であるので、B と D の対戦は引き分けだったことになる。また、A は引き分けていないので、B は A に勝ち、F は A に敗れたことになる。この時点で、対戦表は次のようになる。

	A	B	C	D	E	F	(勝-敗-分)
A		×		×		○	2-3-0
B	○			△			3-0-2
C				×			2-2-1
D	○	△	○		○	○	4-0-1
E				×			1-3-1
F	×			×			0-4-1
(合計)							(12-12-6)

この場合、選択肢 4 の「D は、E に勝った」はいえることがわかる。

② D が 5 勝である場合

A~F の勝ち数の合計は「13」となり、負け数の合計も「13」でなければならないことから、D の対戦成績は「5 勝」、B の対戦成績は「3 勝 1 敗 1 分」となる。また、A は引き分けていないので、B は A に勝ち、F は A に敗れたことになる。この時点で、対戦表は次のようになる。

	A	B	C	D	E	F	(勝-敗-分)
A		×		×		○	2-3-0
B	○			×			3-1-1
C				×			2-2-1
D	○	○	○		○	○	5-0-0
E				×			1-3-1
F	×			×			0-4-1
(合計)							(12-12-6)

こちらの場合も、選択肢 4 の「D は、E に勝った」はいえることがわかる。

よって、正解は 4 であると判断できる。

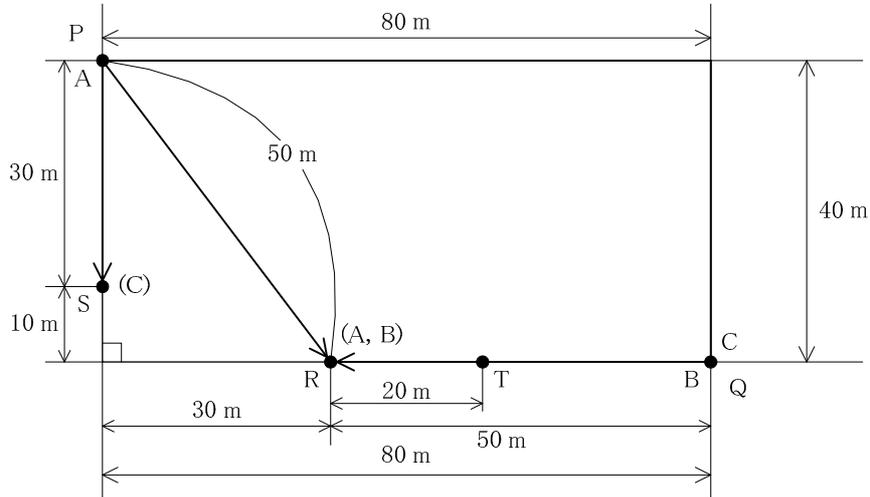
他の選択肢については、B が引き分けた相手に着目して場合分けをしながら対戦表を作成すれば確実にいえないことがわかるが、全部で 8 通りもの対戦表ができてしまうので、選択肢 4 が確実にいえると判明した時点で、それ以上取り組む必要はなく、最後まで解き切ることはあまり現実的ではない。

[No. 10] 正答 1

AがBとCのどちらに先に接触するかで場合分けをして考える。

① Aが先にBと接触する場合

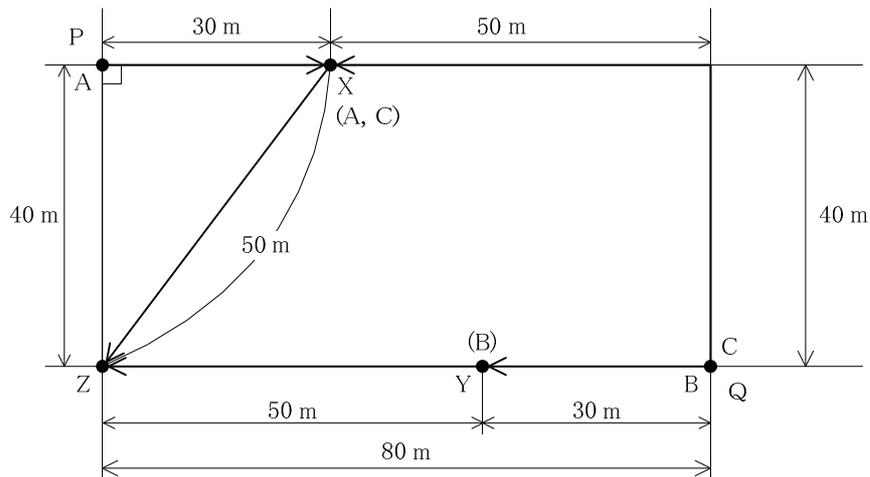
A, Bの速さはともに毎秒1mであるので、次の図よりAが最も早くBと出会うのはR点であり、そこまでに要する時間は50秒である。このとき、Cの速さは毎秒3mであるので、CはQ点から $3 \times 50 = 150$ (m)進んだ位置、すなわちS点にいることになる。



この時点で、AとCは長方形の辺上で40m離れているので、Aがこのまま長方形の辺上をQ点の方に向かって進めば、 $40 \div (3-1) = 20$ (秒)より、20秒後にはT点においてCがAに追いつき、AはCと接触することになる。AがR点からQ点に到達するには50秒かかるので、Aの移動時間は合計で $50 + 50 = 100$ (秒)となる。

② Aが先にCと接触する場合

CがP点に到達するまでには $(40+80) \div 3 = 40$ (秒)しかかからないので、Aが最も早くCと出会うには、AはP点から長方形の辺上を右に向かって進めばよい。このとき、出会うまでの時間は $(40+80) \div (1+3) = 30$ (秒)であり、出会う地点は次の図のX点である。また、30秒後のBの位置はY点である。



この位置から、Aが最も早くBと出会うためには、AはZ点に向かわなければならないので、さらにAはZ点からQ点に向かわなければならないので、Aの移動時間は合計で $30 + 50 + 80 = 160$ (秒)となる。

よって、AがQ点に到達するまでの最少時間は100秒となるので、正解は1である。

[No. 11] 正答 2

数式のような形式になっているが、登場する数値は「-2」、「-1」、「±0」、「+1」、「+2」の5通りしかなく、暗号はこれらを2つずつ組み合わせて作成されている。また、「ヒラメ」は仮名で3文字、「HIRAME」はアルファベットで6文字であり、暗号は「±0+1 -1+1 ±0-1 -2+2 ±0±0 +2+2」で6つであるので、この暗号はアルファベットからの変換であると予想できる。そこで、5×5の表を作成し、そこに「HIRAME」および「KOI」のアルファベットをあてはめてみると、次のようになる。

後 前	-2	-1	±0	+1	+2
+2			O		E
+1					
±0		R	M	H	
-1				I	
-2			K		A

この表から、この暗号は「-2+2」をAとし、「+2」の列から順に「下→上」「上→下」のように折り返しながらアルファベットをあてはめたものであることがわかる。ただし、マス目は25個しかないので、Zは表外となる。

後 前	-2	-1	±0	+1	+2
+2	Y	P	O	F	E
+1	X	Q	N	G	D
±0	W	R	M	H	C
-1	V	S	L	I	B
-2	U	T	K	J	A

よって、「-1+1 ±0-2 -2+2 -1-1 -1+1」は「IWASI」となるので、正解は**2**である。

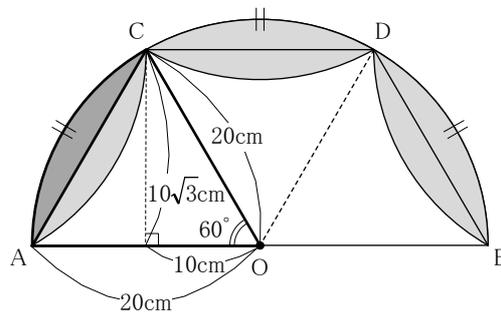
※ この問題は、数的処理テキスト P.154 [基本例題 14-2] と数値が異なっているだけです。

円の中心を O とする。

C, D は半円の円弧を 3 等分した点であるから、 $\angle AOC = 60^\circ$ である。また、OA, OC はいずれも円の半径であるから、その長さは 20cm である。したがって、三角形 AOC は頂角 60° の二等辺三角形であるから、一辺の長さが 20cm の正三角形となる。

求める部分の面積は、弧 AC と線分 AC に囲まれた部分(次の図の濃い色を付けた部分)の 6 倍であることは明らかなので、この部分の面積を求めればよい。この部分の面積は、扇形 AOC から正三角形 AOC の面積を引くことで求めることができるので、

$$20 \times 20 \times \pi \times \frac{60}{360} - 20 \times 10\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = \frac{200}{3}\pi - 100\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}$$



よって、求める部分全体の面積は $\left(\frac{200}{3}\pi - 100\sqrt{3}\right) \times 6 = 400\pi - 600\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}$ となるので、正解は**4**である。

[No. 16] 正答 2

もとの数列を $\{a_n\}$ とし、その階差数列を $\{b_n\}$ とすると、

$$\{b_n\} = \{5, 9, 13, 17, 21, 25, \dots\}$$

となるので、階差数列 $\{b_n\}$ は初項 5、公差 4 の等差数列であることがわかる。したがって、階差数列 $\{b_n\}$ の一般項(第 n 項)は、 $b_n = 5 + (n-1) \times 4 = 4n + 1$ となる。

もとの数列の第 48 項である $\{a_{48}\}$ は、「 $a_1 + (b_1$ から b_{47} までの和)」で求めることができるが、 $(b_1$ から b_{47} までの和) は等差数列の和であるので、 $a_{48} = 0 + \frac{(b_1 + b_{47}) \times 47}{2}$ となる。ここで、 $b_{47} = 4 \times 47 + 1 = 189$ であるので、 a_{48} を 47 で割った値は、

$$\frac{(5+189) \times 47}{2} \div 47 = 97$$

よって、正解は**2**である。