2016/06/06

平成 28 年 6 月 5 日実施

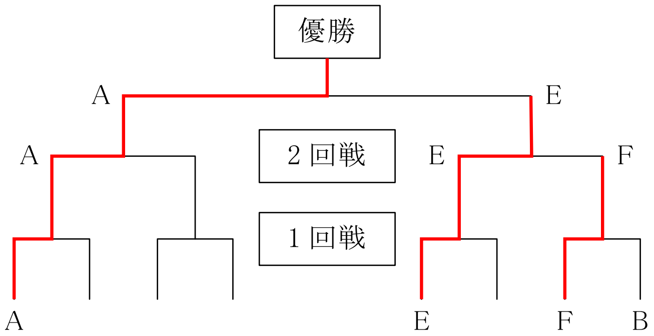
「特別区Ⅰ類」

数的処理

【解　説】

〔No. 10〕　**正答　５**

条件アより，ＢはＦに負けた，すなわちＦはＢに勝っているので，Ｆは最低でも２回戦までは進出しているはずである。ところが，条件ウより，ＥはそのＦに勝っているので，ＥはＦよりも上位まで進出していることになり，Ｅは最低でも決勝戦まで進出したことになる。さらにそのＥはＡに負けているので，Ｅが準優勝でＡが優勝したことがわかる。この時点で，対戦のようすは次のようになる。



この対戦表より，選択肢１の「Ｂは２回戦で負けた」は誤りであることがわかる。また，条件イの「Ｃ対Ｄ」の対戦は，Ａがいるブロックの１回戦しかありえないが，どちらが勝ち上がったのかはわからないので，選択肢２の「ＣはＡと対戦しなかった」および選択肢３の「Ｄは１回戦に勝った」はどちらも確実にはいえないことになる。さらに，Ｈは１回戦で負けていることになるが，Ｈの１回戦における対戦相手はＡまたはＥのうちどちらであるか決定しないので，選択肢４の「ＥはＨと対戦した」も確実にはいえないことになる。

一方，Ｇは１回戦でＡまたはＥのいずれかに負けていることになるので，確実にいえるのは選択肢５の「Ｇは１回戦で負けた」である。

〔№. 11〕　**正答　2**

「9÷3，－4÷2，5÷5，14÷7」が「杉並(すぎなみ)」となっているが，これらの割り算はすべて割り切れるので，その商も併せて記述すると「9÷3＝3，－4÷2＝－2，5÷5＝1，14÷7＝2」となる。これと五十音表とを比較してみると，商がそれぞれ五十音表の「あ段～お段」を表しており，除数(割る数)が五十音表の「あ行～わ行」を表していることがわかる。なお，計算中の「－」は濁点を表している。

	除数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
商		あ	か	さ	た	な	は	ま	や	ら	わ
1	あ	あ	か	さ	た	な	は	ま	や	ら	わ
2	い	い	き	し	ち	に	ひ	み		り	
3	う	う	く	す	つ	ぬ	ふ	む	ゆ	る	
4	え	え	け	せ	て	ね	へ	め		れ	
5	お	お	こ	そ	と	の	ほ	も	よ	ろ	を

この規則で,「2÷1，4÷4，－6÷6，6÷3」は「2÷1＝2，4÷4＝1，－6÷6＝－1，6÷3＝2」となり，確かに「いたばし(板橋)」となる。

したがって,「28÷7，－6÷2，45÷9」は「28÷7＝4，－6÷2＝－3，45÷9＝5」より「めぐろ(目黒)」となるので，正答は選択肢 2 である。

〔No. 12〕　**正答　4**

条件アより，A, B, D は同じ科目を１つ選択しており，条件オより３人が選択した同じ科目は１つであるので，この２つの条件に該当する科目は同じ科目である。また，条件ウより C は地学を選択しており，条件オより４人が選択した同じ科目はないので，A，B，D の３人が選んだ同じ科目は地学ではなく，条件エより A は化学を選択していないので，A，B，D の３人が選んだ同じ科目は化学でもない。ここで，A，B，D の３人が選んだ同じ科目が物理であったとすると，条件イより A，B，D の３人は地学を選んでいないことになり，A，B，D が選択した２科目は「化学と物理」または「生物と物理」の２通りしかなくなってしまう。この場合，A，B，D のうち少なくとも２人は同じ２科目を選択していることになり，条件アと矛盾する。したがって，A，B，D の３人が選択した同じ科目は生物となり，C は生物を選択していないことになる。

	地学	化学	生物	物理	
A		×	○		C と同じ科目がある
B			○		
C	○		×		
D			○		C と地学以外で同じ科目がある

条件イより，地学と物理の両方を選択している人はいないので，C は物理を選択しておらず，条件エの「A と C が選択している同じ科目」は地学，条件ウの「C と D が地学以外で選択している同じ科目」は化学となる。したがって，条件アより B の生物以外の選択科目は物理となる。

	地学	化学	生物	物理	
A	○	×	○	×	C と同じ科目がある
B	×	×	○	○	
C	○	○	×	×	
D	×	○	○	×	C と地学以外で同じ科目がある

以上より，確実にいえるのは，選択肢４の「A は生物，B は物理，C は化学を選択している」である。

〔No. 13〕　**正答　1**

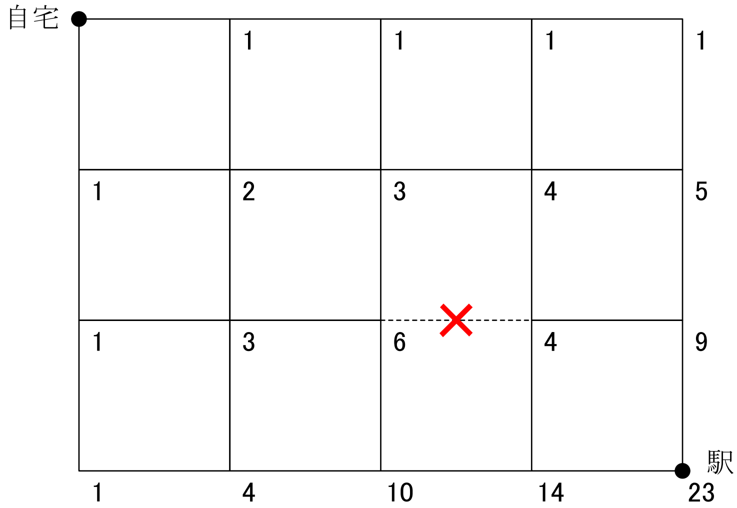
Aの発言から，Aが正しければCは誤りであり，Aが誤りであればCは正しいので，AとCのうち一方は正しく，一方は誤りとなる。この時点で，Dの発言は誤りである。また，Gの発言が正しいとすると，E，Fのうち少なくとも一方は正しくなるので，正しい発言をしている人が「AまたはC」，「G」，「E，Fのうち少なくとも一方」となり，正しい発言をしている人が2人であるという条件と矛盾する。したがって，Gの発言は誤りであり，Gの発言内容から，EおよびFは2人とも誤りということになる。

この時点で，D，E，F，GおよびAまたはCのうち一方が誤りであるので，Bは正しい発言をしていることになる。したがって，サッカー場にいたA，B，C，Dの4人はいずれもラーメンが好きではないことになり，Cの「Aはラーメンが好きである」という発言は誤りとなる。

以上より，正しい発言をしているのはAとBの2人となる。

〔No. 14〕　**正答　2**

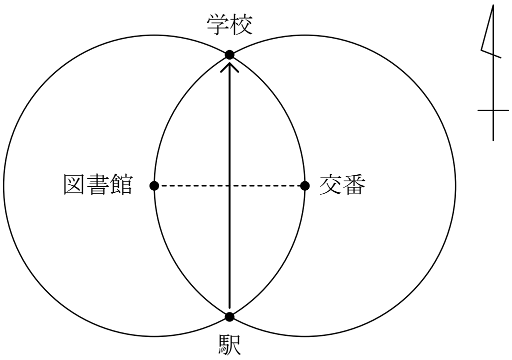
通行することができない部分に注意して，経路加算法により自宅から駅までの最短の経路数を調べてみると，次のようになる。



よって，正答は選択肢 2 である。

〔№. 15〕　**正答　1**

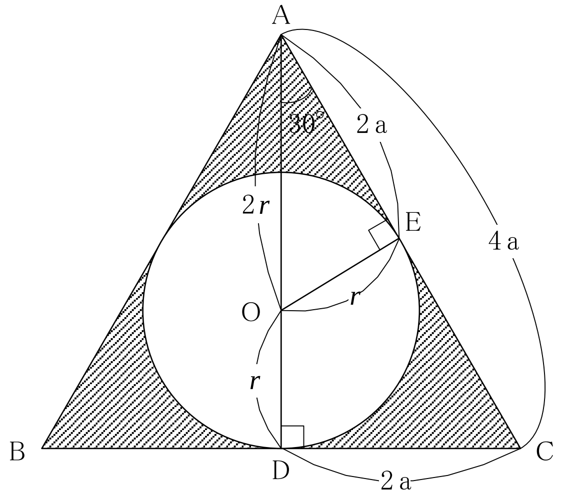
条件アより，駅，学校，交番，体育館はそれぞれ図書館を中心とする１つの円の円周上にあり，条件オより，駅，学校，図書館，病院はそれぞれ交番を中心とする１つの円の円周上にある。また，これらの円の半径は，図書館と交番の間の距離となり等しい。ここで，駅と学校は，どちらの円の円周上にも載っているので，駅と学校はこれらの２つの円の交点に位置していることになる。ここで，条件イより交番は図書館の真東にあり，問題文から駅はこれらの施設の中で最も南に位置しているので，図書館，交番，駅，学校の位置は次のようになり，駅から見て真北に位置する施設は学校であることがわかる。



よって，正答は選択肢１である。

〔No. 16〕　**正答　4**

次の図のように，正三角形の各頂点をA，B，Cとし，内接円の中心をO，辺BCの中点をD，辺ACの中点をEとすると，CD＝2a，AE＝2aとなり，内接円の半径をrとすると，OD＝OE＝rである。また，三角形OAEにおける三平方の定理より，OA＝2rとなる。



さらに，三角形ACDにおける三平方の定理より，AD＝$2\sqrt{3}$aとなるので，$2r+r=2\sqrt{3}$aより$r=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$aとなる。

したがって，斜線部分の面積は，

$$4a\times 2\sqrt{3}a\times\frac{1}{2}-\frac{2\sqrt{3}}{3}a\times\frac{2\sqrt{3}}{3}a\times\pi=4\sqrt{3}a^2-\frac{4}{3}\pi a^2=\left(4\sqrt{3}-\frac{4}{3}\pi\right)a^2$$

よって，正答は選択肢4である。

〔No. 17〕　**正答　2**

55000を素因数分解すると，$55000 = 2^3 \times 5^4 \times 11$ となるので，$\sqrt{55000 \div x}$ が整数となるためには，各素因数の指数が偶数となるように自然数 x の値を定めればよい。したがって，自然数 x としてありうるものは，以下の6通りとなる。

$x = 2 \times 11 = 22$　→　$\sqrt{55000 \div x} = \sqrt{2500} = 50$

$x = 2^3 \times 11 = 88$　→　$\sqrt{55000 \div x} = \sqrt{625} = 25$

$x = 2 \times 5^2 \times 11 = 550$　→　$\sqrt{55000 \div x} = \sqrt{100} = 10$

$x = 2^3 \times 5^2 \times 11 = 2200$　→　$\sqrt{55000 \div x} = \sqrt{25} = 5$

$x = 2 \times 5^4 \times 11 = 13750$　→　$\sqrt{55000 \div x} = \sqrt{4} = 2$

$x = 2^3 \times 5^4 \times 11 = 55000$　→　$\sqrt{55000 \div x} = \sqrt{1} = 1$

よって，正答は選択肢2である。

〔№. 18〕　**正答　1**

AE＝12 km，CE＝5 km および AE と CE が直交していることから，三平方の定理より AC＝13 km となる。したがって，AE 間の所要時間は，一般道路で直接向かうと 12÷30×60＝24(分)かかり，AC 間の高速道路と CE 間の一般道路を経由すると 13÷78×60＋5÷30×60＝10＋10＝20(分)かかることになる。

よって，AE 間の最短の所要時間は 20 分である。

〔№. 19〕　　**正答　2**

Ａ とＢ の２つの蛇口で給水すると，16 分で満水になることから，「Ａ＋Ｂ」の給水能力は 160÷16＝10(L/分)である。また，水槽の栓が外れたために，満水になるのが 30 分遅れたということは，満水になるまでに 16＋30＝46(分)かかっているということである。

ここで，給水を開始してから t 分後に水槽の栓が外れたとすると，毎分 8L の水は流出した時間は(46－t)分間となる。したがって，

$$10\times 46-8\times(46-t)=160 \qquad \therefore \quad t=8.5(分)$$

よって，正答は選択肢２である。

〔No. 20〕　**正答　3**

14，63，n の最小公倍数である 882 を素因数分解すると，$882=2^1\times3^2\times7^2$となり，「$7^2$」を含んでいる。ところが，$14=2^1\times7^1$，$63=3^2\times7^1$で，14 と 63 には素因数として「$7^1$」しか含まれていない。したがって，自然数 n には，素因数として「7^2」が含まれている必要があり，これに「2^0または 2^1」および「3^0または 3^1または 3^2」が含まれていることを考慮すると，自然数 n としてありうるものは以下の 6 通りとなる。

$2^0\times3^0\times7^2=49$

$2^0\times3^1\times7^2=147$

$2^0\times3^2\times7^2=441$

$2^1\times3^0\times7^2=98$

$2^1\times3^1\times7^2=294$

$2^1\times3^2\times7^2=882$

このうち，300 より小さいものは 49，147，98，294 の 4 つであるので，正答は選択肢 3 である。

〔№. 21〕　**正答　4**

桁数が大きな実数の表であるが，数値の読み取り自体には問題ないが，正答となる選択肢の判定がかなり微妙な数値となるので，やや注意が必要である。

1.　2012 年におけるヨーロッパからの訪日外国人旅行者数の対前年増加率は$\frac{775{,}840-569{,}279}{569{,}279}\times 100 \fallingdotseq 36.3(\%)$であり，同年における北アメリカからの訪日外国人旅行者数の対前年増加率は，$\frac{876{,}401-685{,}046}{685{,}046}\times 100 \fallingdotseq 27.9(\%)$であるので，前者のほうが大きい。よって誤りである。

2.　2011 年におけるアジアからの訪日外国人旅行者数は 4,723,661 人であり，2010 年におけるアジアからの訪日外国人旅行者数の 75％である 6,528,432×0.75＝4,896,324(人)を超えていない。よって誤りである。

3.　2012 年においては，アフリカからの訪日外国人旅行者数は 24,725 人であり，同年における南アメリカからの訪日外国人旅行者数の 50％である 51,151×0.50≒25,576(人)を超えていない。よって誤りである。

4.　正しい。2009 年の南アメリカからの訪日外国人旅行者数を 100 としたときの 2013 年のそれの指数は$\frac{49{,}930}{33{,}481}\times 100 \fallingdotseq 149.1$となり，150 を下回っている。

5.　2009 年から 2013 年までの各年におけるオセアニアからの訪日外国人旅行者数の平均は，(246,213＋260,872＋189,150＋241,513＋284,886)÷5≒244,527(人)となり，25 万人を下回っている。よって誤りである。

以上より，正答は選択肢 4 である。

〔No. 22〕　**正答　3**

資料は対前年度増加率の推移を示したものであるが，増減の幅が大きい項目が多く，ほとんどの選択肢で近似法を用いることができない。

1.　ベトナムからのえびの輸入金額の 2012 年に対する 2014 年の増加率は(1＋0.336)×(1＋0.118)≒1.494 より約 49.4%であり，インドネシアからのえびの輸入金額の 2012 年に対する 2014 年の増加率は(1＋0.340)×(1－0.067)≒1.250 より約 25.0%であるので，ベトナムの増加率はインドネシアの増加率の 2 倍に満たない。よって誤りである。

2.　この資料は「対前年増加率」の推移のみを示しており，各国からの輸入金額は不明である。よって，このような比較はできない。

3.　正しい。2012 年におけるインドからのえびの輸入金額を 100 とすると，2013 年における増加額は 100×0.605＝60.5 であり，2014 年における増加額は(100＋60.5)×0.149≒23.9 であるので，2014 年の増加額は 2013 年の増加額を下回っているといえる。

4.　2010 年のインドネシアからのえびの輸入金額を 100 としたときの 2013 年のそれの指数は，100×(1－0.005)×(1－0.007)×(1＋0.340)≒132.4 となり，140 を下回っている。よって誤りである。

5.　ベトナムからのえびの輸入金額の 2010 年に対する 2013 年の減少率は，(1－0.111)×(1－0.005)≒0.885 より約 11.5%であり，インドからのえびの輸入金額の 2010 年に対する 2013 年の減少率は，(1＋0.086)×(1－0.195)≒0.874 より約 12.6%であるので，前者のほうが小さい。よって誤りである。

以上より，正答は選択肢 3 である。

〔No. 23〕　**正答　4**

グラフには実数が記載されているので，資料の読み取り自体に問題はないが，かなり細かい計算が必要となる選択肢もあるので，すべての選択肢を検討しようとすると，かなり時間がかかってしまうことになる。しかし，正答となる選択肢は比較的簡単に判定できるので，計算しやすい選択肢から検討していくことも考慮に入れておきたい問題である。

1.　平成 26 年度においては，資源回収量の合計が 157,765＋83,898＋63,710＋24,485＝329,858 t であるので，資源回収量の合計に占めるびんの資源回収量の割合は $\frac{83{,}898}{329{,}858}\times 100 \fallingdotseq 25.4$(%)となり，25%を上回っている。よって誤りである。

2.　平成 26 年度におけるプラスチック類・電池等の資源回収量の対前年度減少率は $\frac{|63{,}710-65{,}196|}{65{,}196}\times 100 \fallingdotseq 2.3$(%)であり，平成 24 年度におけるプラスチック類・電池等の資源回収量の対前年度減少率は $\frac{|65{,}733-67{,}127|}{67{,}127}\times 100 \fallingdotseq 2.1$(%)であるので，わずかではあるが平成 26 年度のほうが大きい。よって誤りである。

3.　平成 24 年度における紙類の資源回収量の対前年度減少量は 158,665－154,688＝3,977(t)であり，同年における缶の資源回収量の対前年度減少量の 5 倍は(26,238－25,551)×5＝3,435(t)であるので，前者のほうが大きい。よって誤りである。

4.　正しい。平成 22 年度の缶の資源回収量を 100 としたときの平成 26 年度のそれの指数は，$\frac{24{,}485}{26{,}592}\times 100 \fallingdotseq 92.1$ となり，90 を上回っている。

5.　平成 22 年度から平成 26 年度までの 5 年度のプラスチック類･電池等の資源回収量の 1 年度当たりの平均は，(63,286＋67,127＋65,733＋65,196＋63,710)÷5＝65,010.4 となり，65,000 t をわずかに上回っている。よって誤りである。

以上より，正答は選択肢 4 である。

〔No. 24〕　正答　3

総量記載のある構成比の円グラフである。各項目の実数値は，「その年度の総計×(各項目の構成／100)」で求めることができるが，すべての計算を正直に行おうとすると，相当な時間がかかってしまう。ただし，円グラフには4項目しかないので，先にこれらの項目の実数値を求めてしまうのも一つの方法である。

1.　平成25年の新聞の広告費は27,825×0.222≒6,177(億円)であり，平成17年の新聞の広告費の60%は37,408×0.277×0.6≒6,217(億円)であるので，前者のほうが小さい。よって誤りである。

2.　平成17年におけるテレビの広告費とラジオの広告費の差は，37,408×(0.546－0.048)≒18,629(億円)となり，1兆9,000億円以下である。よって誤りである。

3.　正しい。テレビの広告費の平成17年に対する平成25年の減少額は37,408×0.546－27,825×0.644≒2,505(億円)であり，雑誌の広告費の平成17年に対する平成25年の減少額は37,408×0.129－27,825×0.090≒2,321(億円)であるので，テレビの広告費の減少額のほうが大きい。

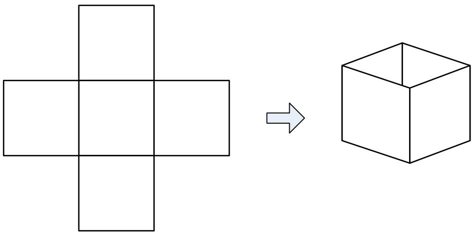
4.　マスコミ四媒体の広告費の合計の平成17年に対する平成25年の減少額は37,408－27,825＝9,583(億円)であり，新聞の広告費の平成17年に対する平成25年の減少額は37,408×0.277－27,825×0.222≒4,185(億円)である。したがって，マスコミ四媒体の広告費の合計の平成17年に対する平成25年の減少額に占める新聞の広告費のそれの割合は$\frac{4,185}{9,583}\times 100 \fallingdotseq 43.7$(%)となり，45%を超えてはいない。よって誤りである。

5.　平成17年における雑誌の広告費は37,408×0.129≒4,826(億円)，平成25年における雑誌の広告費は27,825×0.090≒2,504(億円)であるので，雑誌の広告費の平成17年に対する平成25年の減少率は，$\frac{|2,504-4,826|}{4,826}\times 100 \fallingdotseq 48.1$(%)である。また，平成17年におけるラジオの広告費は37,408×0.048≒1,796(億円)，平成25年におけるラジオの広告費は27,825×0.044≒1,224(億円)であるので，ラジオの広告費の平成17年に対する平成25年の減少率は，$\frac{|1,224-1,796|}{1,796}\times 100 \fallingdotseq 31.8$(%)である。したがって，ラジオの広告費の減少率の1.5倍はおよそ47.7%となり，雑誌の広告費の減少率のほうが大きい。よって誤りである。

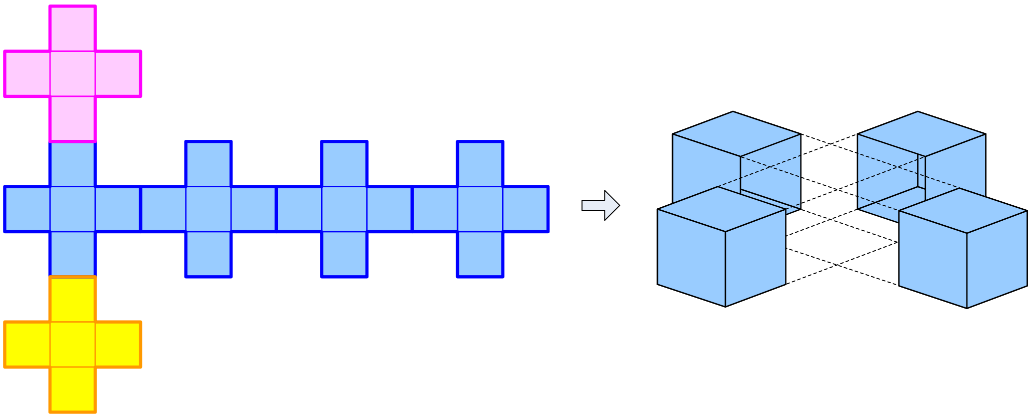
以上より，正答は選択肢3である。

〔No. 25〕　正答　1

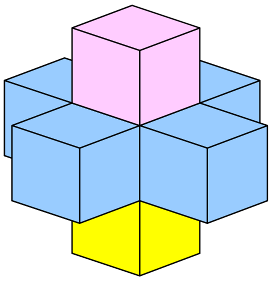
問題の展開図は，次の図のように，5 枚の正方形からなる「ふたのない立方体」が 6 つつながったものと考えることができる。



問題の展開図で，次の図の青で示した 4 つの部分は，それぞれ「ふたのない立方体」が，その開いている面を内側に向けて，正方形状に 4 つ並んでいるものと考えることができる。



これに，ピンクで示した「ふたのない立方体」が上側に，黄色で示した「ふたのない立方体」が下側に接続するので，この展開図を組み立ててできる立体は，前後，上下，左右のどこから見ても，立方体が「十字型」に並んでいる立体となる。



よって，この立体を見た図としてありうるのは，選択肢 1 の図である。

〔№. 26〕　　正答　1

最初の折り目は，紙面の途中で折れ曲がることはないので，最初の折り目はイまたはエのいずれかである。最初にイを谷折りで折った場合，続いてエをやはり谷折りで折ると，次の図１のようになる(最初にエを谷折りで折り，続いてイを山折りで折っても，結果として同じ形になる)。

図１

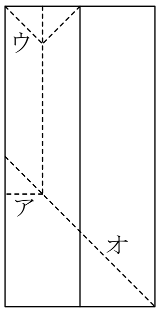


図２

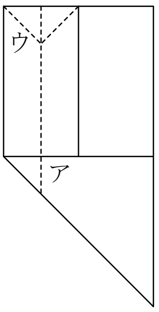


図３

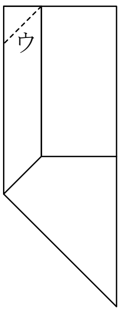
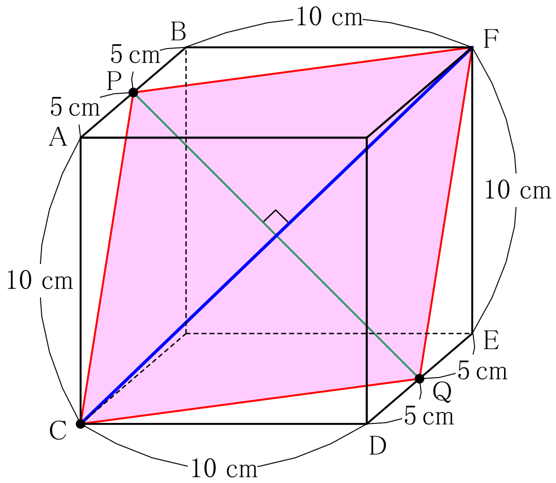


図１の中の折り目を見ると，折り目が途中で折れ曲がっていないのはオの折り目だけであるので，3 回目に折るのはオの折り目であり，これを折ると図２のようになる。同様に，図２の中で，折り目が途中で折れ曲がっていないのはアの折り目であるから，4 回目に折るのはアの折り目である(図 3)。最後にウの折り目で折ってから開くと，問題の図のような折り目ができる。

よって，正答は選択肢１である。

〔No. 27〕　**正答　4**

点 C，点 P，点 Q を通る切断面は次の図のようになり，三角形 ACP，三角形 DCQ，三角形 EFQ，三角形 BFP はすべて直角をはさむ 2 辺の長さが 5cm および 10cm の直角三角形で合同であるから，CP＝CQ＝FQ＝FP となり，切断面である四角形 PCQF はひし形である。



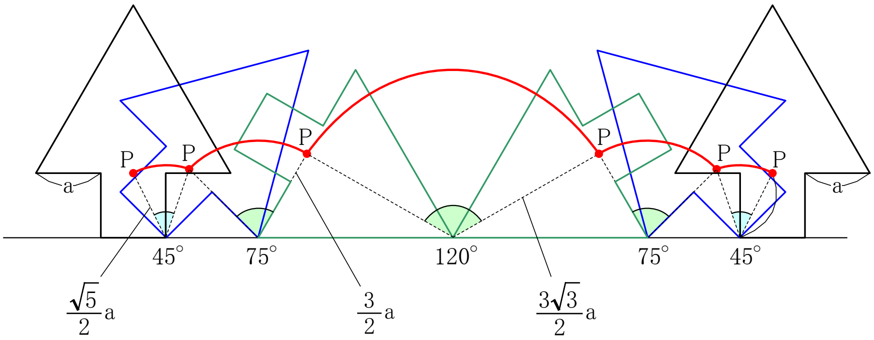
このひし形の対角線 PQ の長さは，AD の長さに等しいので $10\sqrt{2}$ cm であり，対角線 CF の長さは，三平方の定理より $10\sqrt{3}$ cm である。ひし形の面積は「一方の対角線の長さ×他方の対角線の長さ×$\frac{1}{2}$」であるので，切断面 PCQF の面積は，

$$10\sqrt{2} \times 10\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = 50\sqrt{6}\ (\mathrm{cm}^2)$$

よって，正答は選択肢 4 である。

〔No. 28〕　**正答　2**

問題の図形を順に回転させていくと，頂点Ｐの軌跡は次のようになる。



最初および最後の軌跡の半径は，直角をはさむ２辺の長さがａおよび$\frac{1}{2}$ａである直角三角形の斜辺の長さに相当するので，$\frac{\sqrt{5}}{2}$ａである。２番目および４番目の軌跡の半径はａ＋$\frac{1}{2}$ａ＝$\frac{3}{2}$ａであり，３番目の軌跡の半径は，１辺の長さが3aである正三角形の高さに相当するので$\frac{3\sqrt{3}}{2}$ａである。

また，回転の中心角は，最初および最後の軌跡の中心角が 45°，２番目および４番目の軌跡の中心角は 180－(45＋60)＝75 より 75°，３番目の軌跡の中心角は 180－60＝120 より 120° である。

したがって，求める軌跡の長さは次のようになる。

$$\frac{\sqrt{5}}{2}a\times2\times\pi\times\frac{45}{360}\times2+\frac{3}{2}a\times2\times\pi\times\frac{75}{360}\times2+\frac{3\sqrt{3}}{2}a\times2\times\pi\times\frac{120}{360}$$

$$=\frac{\sqrt{5}}{4}\pi a+\frac{5}{4}\pi a+\sqrt{3}\pi a=\frac{5+\sqrt{5}+4\sqrt{3}}{4}\pi a$$

よって，正答は選択肢２である。