2016年5月2日(月)

平成28年5月1日実施

「警視庁警察官Ⅰ類」

（第１回）

数的処理

【全問解説】

資格★合格クレアール

〔No. 34〕　**正答　4**

A および B の命題とその対偶をそれぞれ論理式で表すと，次のようになる。

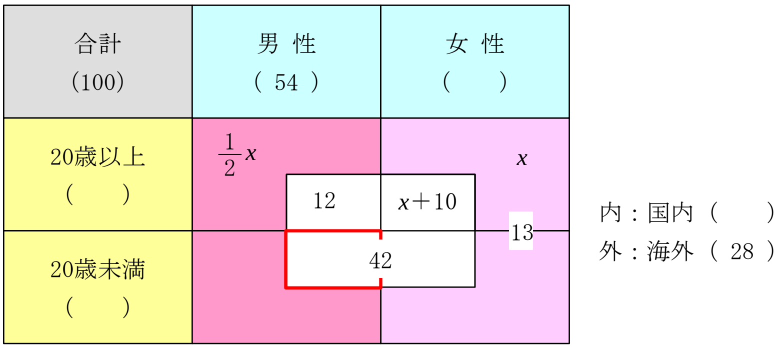
	（もとの命題）	（対　偶）
A	マラソン ⇒ 体力	$\overline{\text{体力}} \Rightarrow \overline{\text{マラソン}}$
B	$\overline{\text{睡眠}} \Rightarrow \overline{\text{健康}}$	健康 ⇒ 睡眠

これらの命題から，D の命題「健康 ⇒ 体力」がいえるためには，「健康 ⇒ マラソン」,「睡眠 ⇒ 体力」,「睡眠 ⇒ マラソン」のいずれか，またはその対偶である「$\overline{\text{マラソン}} \Rightarrow \overline{\text{健康}}$」,「$\overline{\text{体力}} \Rightarrow \overline{\text{睡眠}}$」,「$\overline{\text{マラソン}} \Rightarrow \overline{\text{睡眠}}$」のうちのいずれかがいえればよい。

したがって，C の命題として妥当なものは，選択肢 4 の「$\overline{\text{マラソン}} \Rightarrow \overline{\text{睡眠}}$」である。

〔No. 35〕　**正答　5**

問題の条件にしたがって，キャロル表を作成すると，次のようになる。ただし，「20 歳以上の女性で行き先が海外の者」の人数を x 人としている。



行き先が海外の者の人数から，女性で行き先が海外である者(図の薄いピンク色の部分)の人数を引くと，男性で行き先が海外である者の人数(図の濃いピンク色の部分)となるので，その人数は 28－13＝15(人)である。したがって，求める部分の人数は，男性の人数から「男性で行き先が海外である者の人数」および「20 歳以上の男性で行き先が国内である者の人数」を引けばよいので，

54－(15＋12)＝27(人)

よって，正答は選択肢 5 である。

〔№. 36〕　正答　4

与えられた条件から対応表を作成すると，次のようになる。

	コーヒー	紅茶	オレンジ	
A				B，D とは異なる
B	×	×	○	C，E とは異なる
C				E，H とは異なる
D				
E				
F				
G				
H	×			
（人数）	4	1	3	

B は C および E とは異なる飲み物を注文しているので，C および E は 2 人ともオレンジジュースを注文していないことになる。ところが，C は E と異なる飲み物を注文しているので，C と E は一方がコーヒー，他方が紅茶を注文していることになる。この時点で，紅茶を注文したのは C または E のいずれかであるので，A，D，F，G，H は紅茶を注文しておらず，H はオレンジジュースを注文したとわかる。また，A は B とは異なる飲み物を注文しているので，A が注文したのはコーヒーとなり，A は D とも異なる飲み物を注文しているので，D が注文したのはオレンジジュースとなる。したがって，オレンジジュースを注文したのは B，D，H の 3 人となるので，F および G は 2 人ともコーヒーを注文したことになる。

	コーヒー	紅茶	オレンジ	
A	○	×	×	B，D とは異なる
B	×	×	○	C，E とは異なる
C	○/×	×/○	×	E，H とは異なる
D	×	×	○	
E	×/○	○/×	×	
F	○	×	×	
G	○	×	×	
H	×	×	○	
（人数）	4	1	3	

よって，確実にいえるのは，選択肢 4 の「F はコーヒーを注文した」である。

〔№. 37〕　**正答　1**

A は自分の時計が 2 分進んでいると思っているので，A が「約束の 4 分前に着いた」，つまり 9 時 56 分についたと思った時点で，A の時計が指していた時刻は 9 時 58 分である。同様に，C は自分の時計が 3 分進んでいると思っているので，C が 9 時 59 分に着いたと思った時点で，C の時計が指していた時刻は 10 時 02 分である。これを踏まえて，各自が到着した時点で各自の時計およびグラウンドの時計が指していた時刻を表にすると，次のようになる。

	A 到着時	B 到着時	C 到着時	D 到着時	ずれ	
A の時計	9：58					
B の時計	10：02	10：03				
C の時計			10：02			A より＋7
D の時計				10：00	－5	
グラウンドの時計 （正しい時刻）				10：05 (B の 3 分後)		

D が到着したのは B の 3 分後であるので，B が到着したのはグラウンドの時計(正しい時刻)で 10 時 02 分である。したがって，B の時計は正しい時刻よりも 1 分進んでいたことになる。ここから，A が到着した正しい時刻は 10 時 01 分となり，A の時計は正しい時刻よりも 3 分遅れていることになる。さらに，C の時計は A の時計より 7 分進んでいたので，C の時計は正しい時刻よりも 4 分進んでいたことになり，C が到着した正しい時刻は 9 時 58 分ということになる。

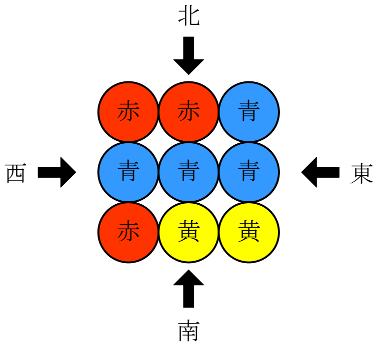
	A 到着時	B 到着時	C 到着時	D 到着時	ずれ	
A の時計	9：58				－3	
B の時計	10：02	10：03			＋1	
C の時計			10：02		＋4	A より＋7
D の時計				10：00	－5	
グラウンドの時計 （正しい時刻）	10：01	10：02	9：58	10：05 (B の 3 分後)		

この表より，確実にいえるのは，選択肢 1 の「A の時計はグラウンドの時計より 3 分遅れていた」である。

〔No. 38〕　**正答　5**

3 種類の円柱の本数はすべて異なっており，どの円柱も 2 本以上あることから，円柱の本数の組み合わせは(2 本，3 本，4 本)しかなく，青色の円柱の本数が最も多いことから，青色の円柱は 4 本あることになる。また，黄色の円柱の高さが最も高いとすると，どの方向から見てもかならず黄色の円柱が見えるはずであるが，北側から見たときには「青色の円柱が 3 本，赤色の円柱が 2 本」しか見えていないので，黄色の円柱の高さが最も高い場合はありえない。したがって，円柱の高さは，「青色＞黄色＞赤色」となる。

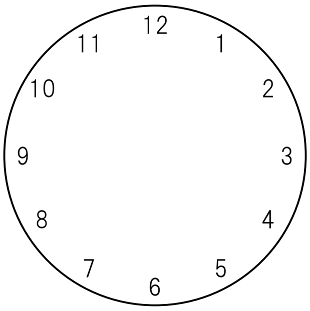
この「北側から見たときの状態」を考えると，赤色の円柱が 2 本見えていることから，北側に面した列の 2 か所は赤色の円柱ということになるが，東側から見たときに赤色の円柱が見えていないので，北側に面した列の西側および中央が赤色の円柱ということになる。また，北側から見て，この赤色の円柱の背後には青色の円柱が立っているはずであるので，この 2 本の赤色の円柱は南側からは見えないはずであるが，南側から見たときに赤色の円柱が 1 本見えており，西側から見たときには赤色の円柱が 2 本見えているので，南西の角にある円柱は赤色ということになる。したがって，3 種類の円柱の本数は，青色が 4 本，赤色が 3 本，黄色が 2 本となり，東側，西側および南側からの見え方を考慮すると，9 本の円柱の配置は次の図のようになっていると考えれらる。



よって，確実にいえるのは，選択肢 5 の「C の位置には黄色の円柱が立っている」である。

〔№. 39〕　**正答　3**

時計の文字盤上で考えるとわかりやすい。



A，B，C の 3 点が文字盤上の「12」の位置を同時に通過したとすると，A は 12 秒で文字盤を一周するので，A は 1 秒ごとに文字盤上の数字を一つずつ進んでいくことになる。また，B は 4 秒で文字盤を一周するので，B は 1 秒ごとに文字盤上の数字を 3 つずつ進むことになる。したがって，3 点 A，B，C を結んでできる三角形 ABC が正三角形となるためには，C はかならず文字盤上の「数字」の位置に来なければならない。ところが，C は 1 分，すなわち 60 秒で文字盤を一周するので，C が文字盤上の「数字」の位置に来るのは 5 秒ごとである。したがって，三角形 ABC が正三角形になるのは，かならず「5 の倍数の秒数後」となる。

5 秒後の 3 点の位置を調べると，A は「5」の位置，B は「3」の位置，C は「1」の位置となって三角形 ABC は正三角形とはならない。しかし，10 秒後の 3 点の位置を調べると，A は「10」の位置，B は「6」の位置，C は「2」の位置となって，三角形 ABC は正三角形となる。

よって，三角形 ABC が最初に正三角形となるのは 10 秒後であるので，正答は選択肢 3 である。

〔№. 40〕　**正答　３**

問題の図②の状態で，A の方向から見た数の合計は 18 であるので，見えている数字の和が 14 になるためには，ここから「和が 4 になるように」サイコロを取り除く必要がある。ところが，上の段のサイコロを残したまま下の段のサイコロを取り除くことはできないので，取り除くサイコロは「1，1，2」の組み合わせ以外にない。つまり，見えている数字が「1 が 1 個，2 が 2 個，3 が 3 個」になるようにすればよい。そこで，A の方向から見て，1 段目の右の列および 1 段目の中央の列にあるサイコロをすべて取り除き，2 段目の右の列にあるサイコロをすべて取り除くと，次の図 1 のようになる。

図 1

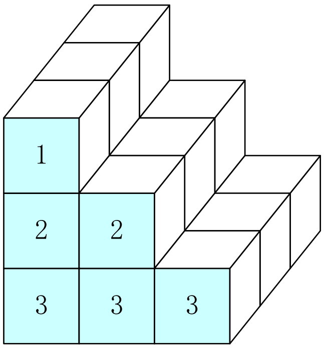


図 2

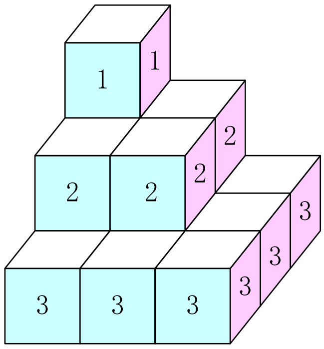
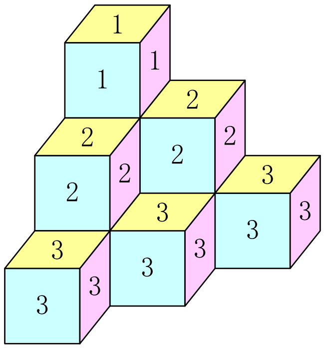


図 3



同様にして，B の方向から見て，見えている数字の和が 14 になるように，1 段目のいちばん手前の列および 1 段目の手前から 2 列目にあるサイコロをすべて取り除き，2 段目の一番手前の列にあるサイコロをすべて取り除くと，図 2 のようになる。

このとき，C の方向から見ると，1 が 1 個，2 が 3 個，3 が 5 個見えているが，C の方向から見ても数字の和が 14 になるようにするには，「1 が 1 個，2 が 2 個，3 が 3 個」だけ見えている状態にしなければならない。これは，図 3 のようにすればよい。

したがって，必要なサイコロの数は「1 が 1 個，2 が 3 個，3 が 6 個」となるので，正答は選択肢 3 である。

〔No. 41〕　**正答　4**

1～5の異なる整数が書かれたカードから，1枚ずつ元に戻さずに3枚引くときの場合の数は，${}_5C_3=10$(通り)である。そのそれぞれについて，3枚のカードの数字の和を求めてみると，次のようになる。

(1，2，3) → 和は6
(1，2，4) → 和は7
(1，2，5) → 和は8
(1，3，4) → 和は8
(1，3，5) → 和は9
(1，4，5) → 和は10
(2，3，4) → 和は9
(2，3，5) → 和は10
(2，4，5) → 和は11
(3，4，5) → 和は12

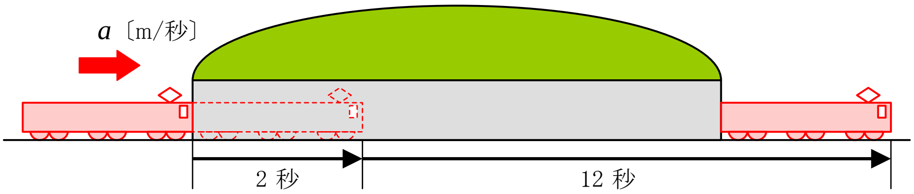
それぞれの場合となる確率はすべて$\frac{1}{10}$であるので，求める期待値は，

$$(6+7+8+8+9+10+9+10+11+12)\times\frac{1}{10}=90\times\frac{1}{10}=9$$

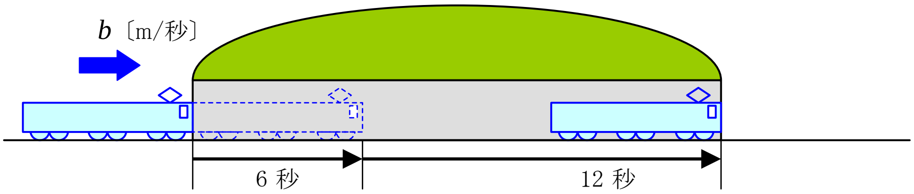
よって，正答は選択肢4である。

〔No. 42〕　**正答　1**

列車 A の速さを a〔m/秒〕とすると，列車 A の長さは $2a$〔m〕であり，トンネルの長さは $12a$〔m〕となる。



列車 B の速さを b〔m/秒〕とすると，列車 B の長さは $6b$〔m〕であり，トンネルの長さは $6b+12b$〔m〕，すなわち $18b$〔m〕となる。



トンネルの長さは同じであるから，$12a=18b$ であるので，$a=\frac{3}{2}b$ となる。したがって，列車 B の速さに対する列車 A の速さは $\frac{a}{b}=\frac{3}{2}$ より $\frac{3}{2}$ 倍であり，列車 B の長さに対する列車 A の長さは $\frac{2a}{6b}=\frac{1}{2}$ より $\frac{1}{2}$ 倍である。

よって，正答は選択肢 1 である。

〔№. 43〕　**正答　5**

1 つの窓口が 1 分当たりに入場手続きを行う人数を y 人とすると，開場後 30 分が経過した時点で行列が 300 人になっていたのであるから，

$$240 + 8 \times 30 - 3y \times 30 = 300 \qquad \therefore \quad y = 2\ (\text{人/分})$$

また，窓口が 8 つになった時点における行列の人数は 300 人であるので，この時点から行列がなくなるまでにかかる時間を t 分とすると，

$$300 + 8t - 2 \times 8 \times t = 0 \qquad \therefore \quad t = 37.5\ (\text{分})$$

よって，行列がなくなるまでには 37 分 30 秒かかるので，正答は選択肢 5 である。

〔No. 44〕　**正答　3**

この数列の第2項と第5項を伏せてみると,

$$\frac{2}{3},\ \boxed{},\ \frac{4}{9},\ \frac{5}{12},\ \boxed{},\ \cdots\cdots$$

となるので,分母は「3の倍数の列」,分子は「2から始まる自然数の列」となっていると推測できる。そこで,この規則で数列を記述してみると,

$$\frac{2}{3},\ \frac{3}{6},\ \frac{4}{9},\ \frac{5}{12},\ \frac{6}{15},\ \cdots\cdots$$

となり,$\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$,$\frac{6}{15}=\frac{2}{5}$であるので,もとの数列と等しくなっていることがわかる。したがって,この数列の第n項a_nの値は$a_n=\frac{n+1}{3n}$となるので,はじめて$\frac{8}{23}$が現れるのは,$\frac{8}{23}=\frac{24}{69}=\frac{23+1}{3\times 23}$より$n=23$のときである。

よって,正答は選択肢3である。

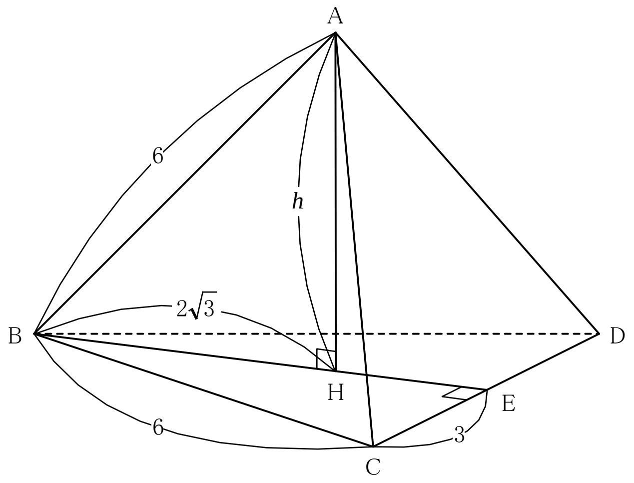
〔No. 45〕　正答　1

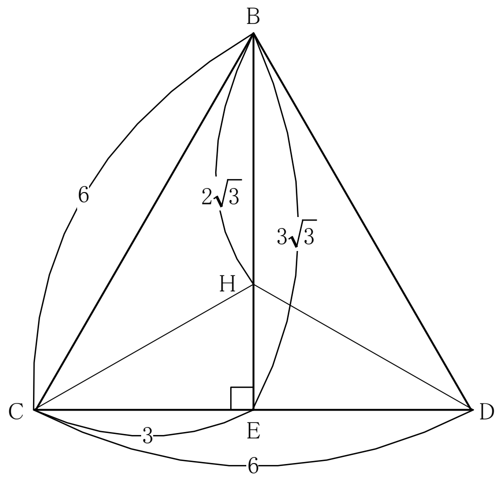
一辺の長さが a の正四面体の体積は $\frac{\sqrt{2}}{12}a^3$ であるので，一辺の長さが 6 の正四面体の体積は $\frac{\sqrt{2}}{12}\times 6^3 = 18\sqrt{2}$ となる。

一般的には，次のように考える。

一辺の長さが 6 である正四面体 ABCD において，頂点 A から面 BCD に下ろした垂線と面 BCD との交点を H とすると，H は正三角形 BCD の重心と一致するので，H は中線 BE を 2 : 1 に内分する点となる。したがって，中線 BE の長さが $3\sqrt{3}$ であることから，線分 BH の長さは $2\sqrt{3}$ となる。また，正四面体の高さ(＝AH)を h とすると，三角形 ABH における三平方の定理より $h^2 + (2\sqrt{3})^2 = 6^2$ となるので，$h^2 = 24$ より $h = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$ となる。

底面である三角形 BCD の面積は $\frac{1}{2}\times 6\times 3\sqrt{3} = 9\sqrt{3}$ であるので，正四面体の体積は $\frac{1}{3}\times 9\sqrt{3}\times 2\sqrt{6} = 18\sqrt{2}$ となる。





〔No. 46〕　**正答　4**

食塩の飽和水溶液100 g中には食塩が27 gだけ溶けているので，食塩の飽和水溶液100 g中の水の量は100－27＝73(g)である。したがって，200 gおよび300 gの水に溶けることのできる食塩の重さをそれぞれ a g，b gとすると，

$200 : a = 73 : 27$　　∴　$a \fallingdotseq 74$(g)

$300 : b = 73 : 27$　　∴　$b \fallingdotseq 111$(g)

したがって，Aの容器(水200g)の食塩は74 gしか溶けないので26 g溶け残るが，Bの容器(水300g)の食塩は100 gすべてが溶けることになる。

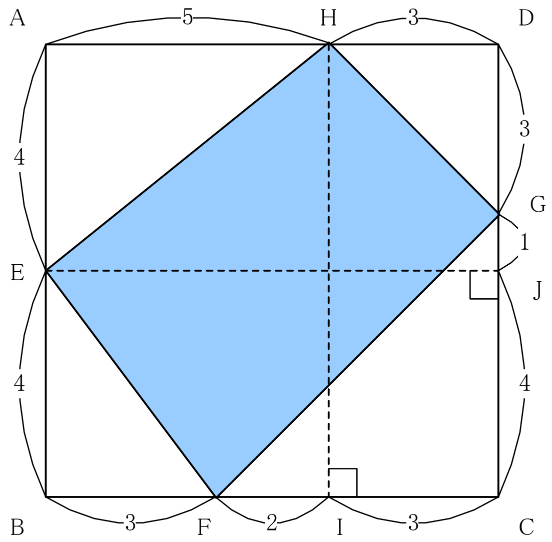
この状態から，沈殿物(溶け残った食塩)を除く水溶液の半分の量を捨てると，容器Aの食塩水からは74÷2＝37(g)の食塩が失われ，容器Bの食塩水からは100÷2＝50(g)の食塩が失われることになる。したがって，2つの容器に残った食塩水および溶け残った食塩を合わせると，食塩の重さは全部で100×2－(37＋50)＝113(g)となる。また，このときの水の重さは(200＋300)÷2＝250(g)であるので，250 gの水に溶けることのできる食塩の重さを x gとすると，

$250 : x = 73 : 27$　　∴　$x \fallingdotseq 92.5$(g)

よって，溶け残る食塩の重さはおよそ113－92.5＝20.5(g)となるので，最も近い数値は選択肢4の「20 g」である。

〔No. 47〕　**正答　2**

点Eおよび点Hの位置は，ともに定められていない。ということは，点Eが辺AB上のどの位置にあっても，また点Hが辺AD上のどの位置にあっても，四角形EFGHの面積は変わらないということである。そこで，AE＝4，AH＝5として考えると，次の図のようになる。



四角形EFGHの面積は，正方形ABCDの面積から，四角形EFGHの周囲にある4つの直角三角形の面積を引けばよい。したがって，

$$8\times8-\left(\frac{1}{2}\times5\times4+\frac{1}{2}\times4\times3+\frac{1}{2}\times5\times5+\frac{1}{2}\times3\times3\right)=64-33=31$$

よって，正答は選択肢2である。

〔№ 48〕　**正答　3**

「4で割ると1余り，10で割ると7余る」ということは，どちらの場合も割り切れるには3だけ不足しているということである。したがって，「4で割ると1余り，10で割ると7余る整数」は，4と10の最小公倍数が20であることから，「$20n-3$」と表すことができる。この整数が1以上1000以下になればよいので，

$$1 \leqq 20n-3 \leqq 1000$$

$$4 \leqq 20n \leqq 1003$$

$$\frac{1}{5} \leqq n \leqq 50\frac{3}{20} \qquad \therefore \quad n\text{は}1\sim50\text{の}50\text{個}$$

よって，正答は選択肢3である。

〔No. 49〕　正答　3

実数値が与えられているのは「2010年の15～64歳の人口」の8,100万人であり，この「2010年の15～64歳の人口」の「1930年の総人口を100とする指数」が125.7であるので，「1930年の総人口」は，次のようにして求めることができる。

$$8{,}100 \div \frac{125.7}{100} \fallingdotseq 6{,}444(\text{万人})$$

この値をもとに，各選択肢について検討すると，次のようになる。

1.　1930年の75歳以上の人口は$6{,}444 \times \frac{1.4}{100} \fallingdotseq 90$(万人)で，100万人を超えていない。よって誤りである。

2.　1950年の0～14歳の人口は$6{,}444 \times \frac{46.2}{100} \fallingdotseq 2{,}977$(万人)，2010年の0～14歳の人口は$6{,}444 \times \frac{26.1}{100} \fallingdotseq 1{,}682$(万人)であるので，その差は1,295万人となり，1,500万人より少ない。よって誤りである。

3.　正しい。1970年の総人口は$6{,}444 \times \frac{162.4}{100} \fallingdotseq 10{,}465$(万人)となり，1億人を超えている。

4.　1990年の65歳以上の人口は$6{,}444 \times \frac{23.1}{100} \fallingdotseq 1{,}489$(万人)で，2,000万人を超えていない。よって誤りである。

5.　2010年の65歳以上の人口は$6{,}444 \times \frac{45.4}{100} \fallingdotseq 2{,}926$(万人)，1930年の65歳以上の人口は$6{,}444 \times \frac{4.8}{100} \fallingdotseq 309$(万人)であるので，その差は2,617万人となり，3,000万人より少ない。よって誤りである。

以上より，正答は選択肢3である。

〔№. 50〕　**正答　4**

各年度の総量が問題文中に記述されているので注意が必要であるが，総量記載のある構成比の資料であるので，各年度における各国の外国人人口は，「その年度の総量×(当該国のその年度の構成比/100)」で求めることができる。

1. 各年度における「韓国・朝鮮」国籍の外国人人口は次のようになり，平成 12 年，平成 17 年，平成 22 年とも，5 年前と比較して減少している。よって誤りである。

　(平成 7 年)　→　114.0×0.491≒56.0(万人)

　(平成 12 年)　→　131.1×0.404≒53.0(万人)

　(平成 17 年)　→　155.6×0.304≒47.3(万人)

　(平成 22 年)　→　164.8×0.257≒42.4(万人)

2. 平成 17 年における「ブラジル」国籍の外国人人口は 155.6×0.139≒21.6(万人)であるが，平成 22 年における「ブラジル」国籍の外国人人口は 164.8×0.093≒15.3(万人)で，平成 17 年に比べて減少している。よって誤りである。

3. 平成 17 年における「中国」国籍の外国人人口は 155.6×0.227≒35.3(万人)，平成 7 年における「中国」国籍の外国人人口は 114.0×0.154≒17.6(万人)で，その比率は $\frac{35.3}{17.6}$ ≒2 となり，3 倍以上とはなっていない。よって誤りである。

4. 正しい。平成 22 年における「その他」を除いた外国人人口総数は 164.8×(1−0.282)≒118.3(万人)，平成 7 年における「その他」を除いた外国人人口総数は 114.0×(1−0.178)≒93.7(万人)で，その比率は $\frac{118.3}{93.7}$ ≒1.26 となり，1.5 倍以下となっている。

5. 平成 12 年，平成 17 年，平成 22 年の外国人人口総数について，5 年前と比較した増加率を求めてみると，それぞれ次のようになる。

　(平成 12 年)　→　$\frac{131.1-114.0}{114.0}\times100=15.0(\%)$

　(平成 17 年)　→　$\frac{155.6-131.1}{131.1}\times100\fallingdotseq18.7(\%)$

　(平成 22 年)　→　$\frac{164.8-155.6}{155.6}\times100\fallingdotseq5.9(\%)$

　増加率が 30％を超えている年度はないので，5 年前の外国人人口総数の 1.3 倍以上になった年度はない。よって誤りである。

以上より，正答は選択肢 4 である。