平成 27 年５月３日実施

「警視庁警察官Ⅰ類」

（第１回）

数的処理分野

【全問解説】

資格★合格クレアール

〔№ 34〕　**正答　５**

問題の命題を論理式で表すと，「(運転∧ $\overline{\text{左利き}}$) ⇒ めがね」となる。この命題は分割することができないので，この命題が真であるときに論理的にかならず成り立つ命題は，その対偶しかない。この命題の対偶は，ド・モルガンの法則を用いると「 $\overline{\text{めがね}}$ ⇒ ($\overline{\text{運転}}$ ∨左利き)」となる。これは，「彼がそのめがねの持ち主でないならば，彼は車を運転できないか，または左利きである。」ということなので，正答は選択肢５である。

〔No. 35〕　**正答　5**

いちばん左の列に「★」が 3 つ並ぶと「3」を表していることから，いちばん左の列は「1 の位」の数字を表していると考えられる。ところが，縦の列は「☆または★」が 5 つ並んでいるので，「★」の数は「5」まであることになり，一つの位に最大で「5」という数字が入ることになる。したがって，この表記法は「6」で繰り上がる「6 進法」であると考えられる。そこで，左の列から順に「1 の位」，「6^1の位」，「6^2の位」，「6^3の位」，「6^4の位」と考えると次のようになり，正しいことがわかる。

	(1)	(6)	(6^2)	(6^3)	(6^4)
	★	☆	☆	☆	☆
	☆	☆	☆	☆	☆
1	☆	☆	☆	☆	☆
	☆	☆	☆	☆	☆
	☆	☆	☆	☆	☆

1×1＝1

	(1)	(6)	(6^2)	(6^3)	(6^4)
	★	☆	☆	☆	☆
	★	☆	☆	☆	☆
3	★	☆	☆	☆	☆
	☆	☆	☆	☆	☆
	☆	☆	☆	☆	☆

1×3＝3

	(1)	(6)	(6^2)	(6^3)	(6^4)
	★	★	☆	☆	☆
	★	★	☆	☆	☆
15	★	☆	☆	☆	☆
	☆	☆	☆	☆	☆
	☆	☆	☆	☆	☆

1×3＋6×2＝15

	(1)	(6)	(6^2)	(6^3)	(6^4)
	★	★	★	☆	☆
	☆	★	☆	☆	☆
49	☆	☆	☆	☆	☆
	☆	☆	☆	☆	☆
	☆	☆	☆	☆	☆

1×1＋6×2＋6^2×1＝49

	(1)	(6)	(6^2)	(6^3)	(6^4)
	★	★	★	★	☆
	★	★	★	☆	☆
X	★	★	☆	☆	☆
	★	☆	☆	☆	☆
	☆	☆	☆	☆	☆

したがって，X＝1×4＋6×3＋6^2×2＋6^3×1＝4＋18＋72＋216＝310 となる。

〔№ 36〕　**正答　２**

最後に残ったコインを取らされたほうが負けであるので，先手が勝つには，自分がとった後にコインが 1 枚だけ残るようにすればよい。そのためには，先手はまずコインを 2 枚だけ取り，残った 5 枚から後手が 1 枚取れば先手は 3 枚を，後手が 2 枚取れば先手も 2 枚を，後手が 1 枚取れば先手は 3 枚を取ることによって，先手はかならず 1 枚だけ残すことができる。したがって,「先手がまず 2 枚取れば，先手はかならず勝つことができる」ので，正答は選択肢 2 である。

〔No. 37〕　**正答　2**

マス目全体を，互い違いに塗り分けてみるとわかりやすい。

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12

問題のように「桂馬飛び」で移動すると，白いマス目からはかならず黒いマス目へと移動し，黒いマス目からはかならず白いマス目へと移動することになる。したがって，4回の桂馬飛びで12のマス目(白いマス目)へ移動するためには，最初に白いマス目から出発して，「白→黒→白→黒→白」と移動しなければならない。よって，出発するマス目としてありうるのは，「2」，「4」，「5」，「7」，「10」の5つのマス目ということになる。

ところが，このうち「10」のマス目から出発すると，最初の移動先は「1」または「3」または「8」となるが，そのいずれの場合にも，4回の桂馬飛びで「12」に到達することはできないことがわかる。

① 最初に「10→1」と移動した場合

4回の桂馬飛びを行う移動経路は「10→1→7→9→2」しかなく，4回の移動では「12」に到達できない。

② 最初に「10→3」と移動した場合

4 回の桂馬飛びを行う移動経路は「10→3→5→11→2」および「10→3→5→11→4」のほか，「10→3→12→6→4」のように途中で「12」を経由する経路しかなく，4回の移動では「12」に到達できない。

③ 最初に「10→8」と移動した場合

4回の桂馬飛びを行う移動経路は「10→8→2→9→7」，「10→8→2→11→4」および「10→8→2→11→5」の3通りしかなく，4回の移動では「12」に到達できない。

これ以外の「2」，「4」，「5」，「7」については，たとえば次のように移動すればいずれも4回の移動で「12」に到達できる(これ以外にも経路は存在する)。

「2→11→5→3→12」

「4→11→5→3→12」

「5→11→4→6→12」

「7→1→10→3→12」

したがって，4回の桂馬飛びで「12」のマス目に到達することが可能なマス目の個数は4個である。

〔No. 38〕　正答　1

次のように移動を行えば，3 回で「ABABAB」から「BBBAAA」に並び替えることができる。

（1回目）　A　B　A　B　A　B

（2回目）　A　B　A　　　　B　B　A

（3回目）　　　　A　A　B　B　B　A

（終　了）　　　　　　　B　B　B　A　A　A

したがって，正答は選択肢 1 である。

〔№. 39〕　　**正答　５**

図 1 のような正八面体を考え，問題の展開図の太線の辺を AB として展開図に頂点の記号を書き込むと，図 2 のようになる。

図 1

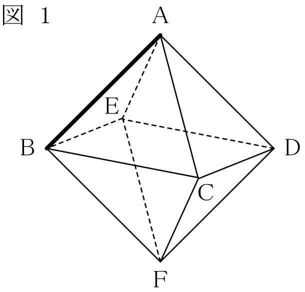


図 2

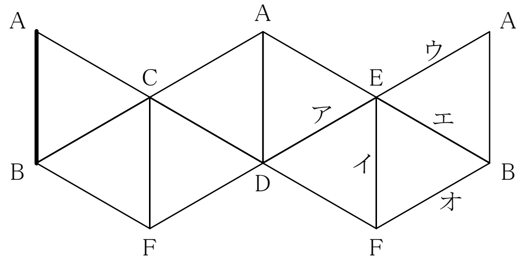


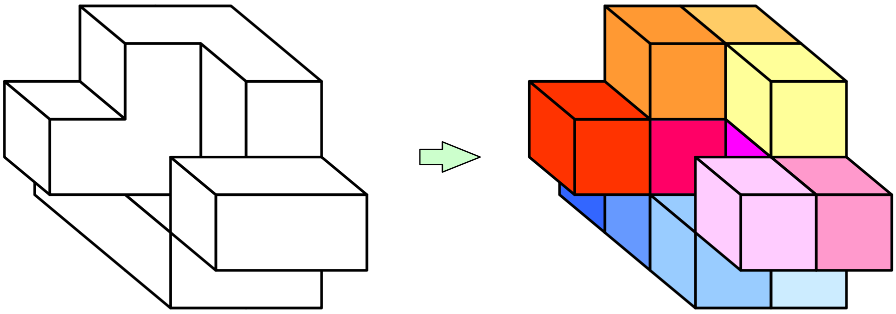
図 1 より，辺 AB と直行する辺は辺 AD および辺 BF の 2 本であるが，辺 AD は展開図ではア～オの中に含まれていない。一方，辺 BF は展開図ではオに相当するので，正答は選択肢 5 である。

〔No. 40〕　**正答　3**

問題の見取図を，「上から 1 段目」，「上から 2 段目」，「上から 3 段目」に分けて考える。

上から 1 段目には，立方体が 3 個あることは明らかである。また，上から 2 段目の立方体の個数を考えると，図 1 右のように少なくとも 5 個の立方体が配置されており，同様に上から 3 段目の立方体の個数を考えると，少なくとも 4 個の立方体が配置されていることがわかる。ただし，図 1 では，立体感がつかみやすいように，問題の見取図とはわずかに角度を変えて表現している。

図 1



現在見えている立方体の個数は 3 個＋5 個＋4 個＝12 個であり，この立体に用いられている立方体の個数も 12 個であるから，見取図で見えていない部分には立方体がないことがわかる。

この立体を右側面から見た場合，一番手前に見える立方体は図 2 の A，B，C，D，E の 5 つであり，その奥に見える立方体は F，G，H，の 3 つである(I，J，K，L の 4 つは右側面からは見えない)。

図 2

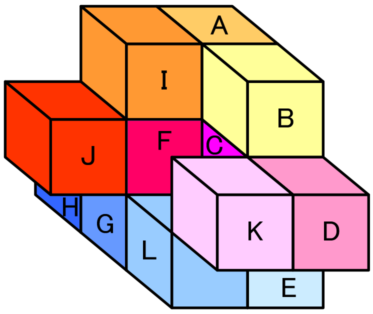
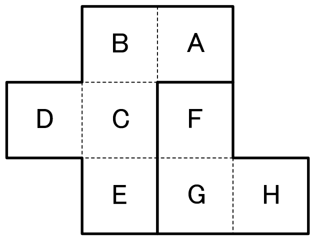


図 3



したがって，右側面図は図 3 のようになるので，正答は選択肢 3 である。

〔No. 41〕　正答　3

それぞれの項の分母には無理数(√￣)が含まれているので，順に有理化を行ってみると，次のようになる。

$$\frac{1}{1+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}+\cdots\cdots+\frac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n+1}}$$

$$=\frac{1-\sqrt{2}}{(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})}+\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{(\sqrt{2}+\sqrt{3})(\sqrt{2}-\sqrt{3})}+\frac{\sqrt{3}-\sqrt{4}}{(\sqrt{3}+\sqrt{4})(\sqrt{3}-\sqrt{4})}+\cdots\cdots+\frac{\sqrt{n}-\sqrt{n+1}}{(\sqrt{n}+\sqrt{n+1})(\sqrt{n}-\sqrt{n+1})}$$

$$=\frac{1-\sqrt{2}}{-1}+\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{-1}+\frac{\sqrt{3}-\sqrt{4}}{-1}+\cdots\cdots+\frac{\sqrt{n}-\sqrt{n+1}}{-1}$$

$$=-1+\sqrt{2}-\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{3}+\sqrt{4}-\cdots\cdots-\sqrt{n}+\sqrt{n+1}$$

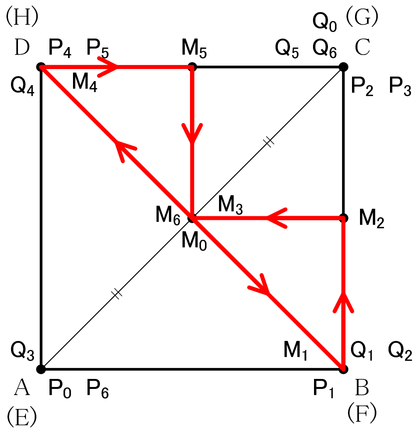
$$=-1+\sqrt{n+1}$$

したがって，第 1 項から第 15 項までの和は，

$$-1+\sqrt{15+1}=-1+4=3$$

〔№. 42〕　正答　４

立方体ABCD－EFGHを真上から見た状態の図で，点Pおよび点Qの最初の位置をそれぞれP_0，Q_0とする。さらに，2 点が頂点に来るごとに順にP_0，P_1，P_2，P_3，…のように記号をつけていき，線分PQの中点を順にM_0，M_1，M_2，M_3，…として作図してみると，次のようになる。ただし，次の図は見取図から見た平面図の状態で作図しているので，選択肢の図とは 90° 向きが異なっている。



したがって，正答は選択肢 4 である。

〔No. 43〕　**正答　3**

56 を割ると 2 余るということは，56－2＝54 を割ると割り切れるということである。同様に，75 を割ると 3 余るということは，75－3＝72 を割ると割り切れるということである。このような正の整数は，54 と 72 の公約数であり，75 を割ったときに 3 余ることから，3 より大きな数である。ここで，すべて公約数は最大公約数の約数であり，54 と 72 の最大公約数は右の計算から 18 であるので，54 と 72 の公約数は 1，2，3，6，9，18 の 6 つであるが，このうち 3 より大きいものは 6，9，18 の 3 つである。

$$\begin{array}{r|rr} 3 & 54 & 72 \\ \hline 3 & 18 & 24 \\ \hline 2 & 6 & 8 \\ \hline & 3 & 4 \end{array}$$

3×3×2＝18

したがって，このような正の整数のうち，最大のものと最小のものとの差は 18－6＝12 である。

〔No. 44〕　**正答　3**

連続する 3 つの奇数をそれぞれ$n-2$，n，$n+2$（ただし$n \geqq 3$）とすると，3 数の和は$(n-2)+n+(n+2)=3n$となり，$3n$が 7 の倍数となるような最小のnの値は$n=7$である。したがって，この 3 つの数はそれぞれ 5，7，9 となり，これらの積は$5 \times 7 \times 9 = 315$となるので，一の位の数字は「5」である。

〔No. 45〕　正答　2

箱Aの個数をa個，箱Bの個数をb個，箱Cの個数をc個とすると，問題の条件から，次の 2 つの方程式が成り立つ。

$$a+b+c=100$$

$$2b+3c=250$$

上の式を 3 倍して辺々引くと $3a+b=50$ となるので，$b=50-3a$である。

また，問題の条件より，箱 B の個数が箱 A の個数の 3 倍以上 4 倍未満であったので，

$$3a \leqq b < 4a$$

この不等式に，$b=50-3a$を代入すると，

$$3a \leqq 50-3a < 4a$$

$3a \leqq 50-3a$より$a \leqq 8\frac{1}{3}$となり，$50-3a<4a$より$7\frac{1}{7}<a$となる。aの値は整数であるので，$7\frac{1}{7}<a \leqq 8\frac{1}{3}$より$a=8$となる。

したがって，箱 A の個数は 8 個である。

〔No. 46〕　正答　5

貨物列車の長さの単位が〔m〕で，すれ違うのに要する時間の単位が〔秒〕で与えられているので，列車の速さを〔m/秒〕に直す必要がある。ここで，1 時間＝60×60＝3,600 秒，1km＝1,000m であるから，〔km/時〕を〔m/秒〕に直すには，$\frac{1}{3{,}600}$の 1,000 倍，つまり$\frac{1}{3.6}$にすればよいことがわかる。よって，貨物列車の速さは 46.8×$\frac{1}{3.6}$＝13〔m/秒〕，急行列車の速さは 90×$\frac{1}{3.6}$＝25〔m/秒〕である。

ここで，急行列車の長さをx mとすると，すれ違いに要した時間が 10 秒であることから，

$(13+25)\times10=180+x$　　∴　$x=200$〔m〕

したがって，急行列車が貨物列車を追い越すのにかかる時間は，

$(180+200)\div(25-13)=\frac{190}{6}=31.66\cdots$〔秒〕

以上より，最も妥当なものは選択肢 5 の「約 32 秒」である。

［別　解］

貨物列車と急行列車がすれ違う場合と，急行列車が貨物列車を追い越す場合とでは，両者のあいだの距離の変化はいずれも「貨物列車の長さ＋急行列車の長さ」で同じである。したがって,「同じ距離を進むのにかかる時間の比と速さの比は逆比となる」という関係を応用して,「同じ距離の変化を生じるのにかかる時間の比と相対速度の比は逆比である」と考えて，追い抜きにかかる時間をt秒として，

$(46.8+90):(90-46.8)=t:10$

$136.8:43.2=t:10$

$38:12=t:10$

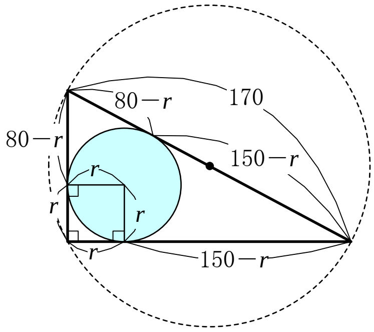
$t=38\times10\div12=31.66\cdots$〔秒〕

としてもよい。

〔No. 47〕　**正答　2**

3 辺の長さが 80cm，150cm，170cmの三角形は，$80^2+150^2=6{,}400+22{,}500=28{,}900=170^2$より三平方の定理が成り立つので，最も長い 170cmの辺を斜辺とする直角三角形である。直角三角形では，その斜辺が外接円の直径となることから，外接円の直径は 170cmである。

また，内接円の半径をr〔cm〕とすると，次の図より，円外の 1 点から引いた 2 本の接線の長さが等しいので，$(80-r)+(150-r)=170$ より$r=30$〔cm〕となる。よって，内接円の直径は 60cmである。



したがって，外接円と内接円の直径の比は 170：60＝17：6 である。

なお，内接円の半径は，内接円の半径rを求める公式$r=\dfrac{2S}{a+b+c}$（ただしSは三角形の面積，a，b，cはそれぞれ 3 辺の長さ）を用いて，$r=(150\times80\times\dfrac{1}{2})\times2\div(80+150+170)=12{,}000\div400=30$〔cm〕と求めてもよい。

〔No. 48〕　正答　3

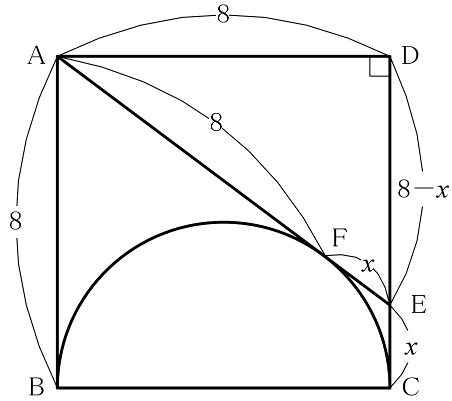
BCを直径とする半円と接線AEとの接点をFとすると，円外の１点から引いた２本の接線の長さは等しいのでAF＝AB＝8 である。また同様に，EC＝xとすると，EF＝xである。よって，三角形ADEにおける三平方の定理より，

$$8^2+(8-x)^2=(8+x)^2$$

$$64+64-16x+x^2=64+16x+x^2$$

$$-32x=-64$$

$$\therefore\quad x=2$$



したがって，三角形 ADE の面積は，

$$8\times(8-2)\times\frac{1}{2}=24$$

〔№ 49〕　**正答　3**

2010 年を基準とした対固定年度指数と構成比を組み合わせた表である。また，国債残高対 GDP 比および国債残高の値から，GDP の値も求めることができる。

1. 2010 年度の GDP は，同年における国債残高が 6,363,117 億円，国債残高対 GDP 比が 132.5 であることから，6,363,117 億円÷132.5≒4,802,352 億円である。したがって，2010 年度の国債発行額である 423,030 億円は，同年の GDP の 5%である 240,118 億円よりもかなり大きい。よって誤りである。
2. 2012 年度の特例国債発行額は 423,030 億円×1.122×0.759≒360,252 億円であり，2011 年度の特例国債発行額は 423,030 億円×1.012×0.804≒344,198 億円であるので，2012 年度の増加額は 16,054 億円となり，38,000 億円より少ない。よって誤りである。
3. 正しい。2013 年度における国債残高対GDP比が 155.2 であることから，同年のGDP総額をaとすると，国債残高はa×1.552 となる。また，同年における国債残高に占める特例国債の割合が 64.0%であるので，特例国債残高はa×1.552×0.640≒a×0.99 となり，GDPの 95%を超えている。
4. 2014 年度の国債発行額は 423,030 億円×0.975≒412,454 億円，同年の国債残高は 6,363,117 億円×1.227≒7,807,545 億円である。したがって，2014 年度の国債残高に対する国債発行額の比率は，$\frac{412{,}454}{7{,}807{,}545}\times 100$≒5.3〔%〕となり，3%を超えている。よって誤りである。
5. 2010 年度の特例国債発行額と 2014 年度の特例国債発行額の大小関係を比較する場合には，2010 年度の国債発行額を基準として比較すればよい。したがって，2010 年度は 100.0×0.820＝82，2014 年度は 97.5×0.854＝83.265 となり，2014 年度のほうが大きい。よって誤りである。

以上より，正答は選択肢 3 である。

〔№. 50〕　**正答　5**

実数と構成比の両軸グラフであるが，各年度とも「ハードウェア」と「ソフトウェア」の 2 項目があり，それらがさらに「海外向け」と「国内向け」に分かれていることに注意しなければならない。また，グラフ上の各数値には具体的な値が示されていないため，左右の目盛りからおおよその値を読み取る必要がある。

1. 2010 年における海外向けハードウェア出荷額は 11,000 億円×0.86＝9,460 億円であり，1996 年における海外向けハードウェア出荷額は 3,800 億円×0.60＝2,280 億円であるので，2010 年の出荷額は 1996 年の出荷額の 4 倍(9,120 億円)よりも大きい。よって誤りである。
2. 2010 年におけるハードウェアの国内向け出荷額は 11,000 億円×(1－0.86)＝1,540 億円であり，同年におけるソフトウェアの国内向け出荷額は 6,800 億円×(1－0.61)＝2,652 億円であるので，ソフトウェアのほうが大きい。よって誤りである。
3. 2010 年における海外向けソフトウェア出荷額は 6,800 億円×0.61＝4,148 億円であり，2005 年における海外向けソフトウェア出荷額は 4,900 億円×0.52＝2,548 億円であるので，その比率は 4,148÷2,548≒1.63 倍で 1.5 倍より大きい。よって誤りである。
4. 2012 年における国内向けハードウェア出荷額は 8,000 億円×(1－0.78)＝1,760 億円であり，2011 年における国内向けハードウェア出荷額は 9,300 億円×(1－0.83)＝1,581 億円であるので，2012 年は 2011 年に比べて増加している。よって誤りである。
5. 正しい。2012 年における海外向け総出荷額は，ハードウェアが 8,000 億円×0.78＝6,240 億円，ソフトウェアが 4,300 億円×0.48＝2,064 億円で，合計 6,240 億円＋2,064 億円＝8,304 億円である。したがって，このうちに占めるソフトウェアの比率は $\frac{2,064}{8,304}$ ×100≒24,9〔%〕で，30%に満たない。

以上より，正答は選択肢 5 である。