2014/05/06

平成 26 年５月４日実施

「東京都Ⅰ類B」

数的処理分野

【全問解説】

※問題番号は「新方式」を基準にしていますが
「一般方式」の問題は全て含まれています。

〔No. 11〕　正答　５

【解　説】

A～F の所在地についての情報をまとめると，次のようになる。

	A	B	C	D	E	F	東京にあるものの数
ア	A	B	C	D	−	−	2 つ
イ	−	B	C	D	E	−	1 つ
ウ	−	−	C	D	E	F	2 つ

条件ウより，C，D，E，F のうち東京にあるものは 2 つであるが，C，D，E のうちの 2 つが東京にあるとすると，条件イの「B，C，D，E のうち東京にあるものは 1 つ」と矛盾する。このことから，C，D，E のうち東京にあるものは 1 つであるはずなので，「B が東京にないこと」および「F が東京にあること」が確定する。また，C および D の両方が東京にある可能性はなく，B は東京にないので，条件アより「A が東京にあること」および「C または D のどちらか一方が東京にあること」もわかる。さらに，条件イより「E が東京にないこと」も確定する。

次に，業態についての情報をまとめると，次のようになる。

	A	B	C	D	E	F	百貨店の数
ア	A	B	C	D	−	−	2 つ
イ	−	B	C	D	E	−	2 つ
ウ	−	−	C	D	E	F	1 つ

所在地のときと同様に，条件イより B，C，D，E のうち百貨店は 2 つであるが，C，D，E のうち 2 つが百貨店であるとすると，条件ウの「C，D，E，F のうち百貨店は 1 つ」と矛盾する。このことから，C，D，E のうち百貨店は 1 つであるはずなので，「B が百貨店であること」および「F が百貨店でないこと」が確定する。しかし，業態については，これ以外に確定する部分はない。

よって，選択肢のうちで確実にいえるのは，選択肢 5 の「F は東京にあるが，百貨店ではない」である。

〔No. 12〕　正答　4

【解　説】

5 人の発言について，すべて一方は正しく，他方は正しくないので，たとえば A の発言について「前半が正しく，後半が正しくない」と仮定してみるとよい。

A の発言の前半「私は D の次に到着した」が正しいと仮定すると，E の発言の後半「A は C の次に到着した」は正しくないことになる。この時点で，E の発言の前半「私は A の次に到着した」は正しいことになる。以下，A の前半「私は D の次」が正しいので，E の後半「A は C の次」は誤りとなり，E の前半「私は A の次」が正しいので，B の後半「A は最後」は誤りとなり，B の前半「私は E の次」が正しいので，D の後半「B は E の次」も正しくなる。また，E の前半が正しいことから，C の後半「E は D の次」は誤りとなり，C の前半「私は B の次」が正しいことになる。この場合の 5 人の順序は「DAEBC」となり，すべての発言と矛盾しない。

一方，A の発言の後半「C は E の次に到着した」が正しいと仮定すると，B の前半「私は E の次」および D の後半「B は E の次」がともに誤りとなる。したがって，B の後半「A は最後」と D の前半「私は最後」はともに正しいことになるが，これは矛盾している。よって，この場合はありえない。

以上より，5 人の到着順序してありうるのは「DAEBC」のみであるので，最初に到着したのは D である。

〔No. 13〕　**正答　３**

【解　説】

2 つの整数の積が偶数となるのは，「偶数×偶数」，「偶数×奇数」，「奇数×偶数」の場合であるが，むしろ，その余事象である「2 つの整数の積が奇数となる場合」，すなわち「奇数×奇数」となる確率を求めて 1 から引いたほうがよい。

1～9 の異なる整数のうちから奇数を 2 つ選ぶ確率は $\frac{5}{9}\times\frac{4}{8}=\frac{5}{18}$ であるから，求める確率は $1-\frac{5}{18}=\frac{13}{18}$ である。

〔No. 14〕　　正答　５

【解　説】

30 本のくじをすべて異なるものと考えると，この 30 本のくじから 4 本を取り出す場合の数は${}_{30}C_4 = \frac{30\times29\times28\times27}{4\times3\times2\times1} = 27,405$(通り)あり，1 本だけある 1 等から 1 本，2 本ある 2 等から 1 本，7 本ある 3 等から 1 本，20 本あるはずれから 1 本を取り出す場合の数は$1\times2\times7\times20 = 280$(通り)となる。

よって，求める確率は$\frac{280}{27,405} = \frac{8}{783}$である。

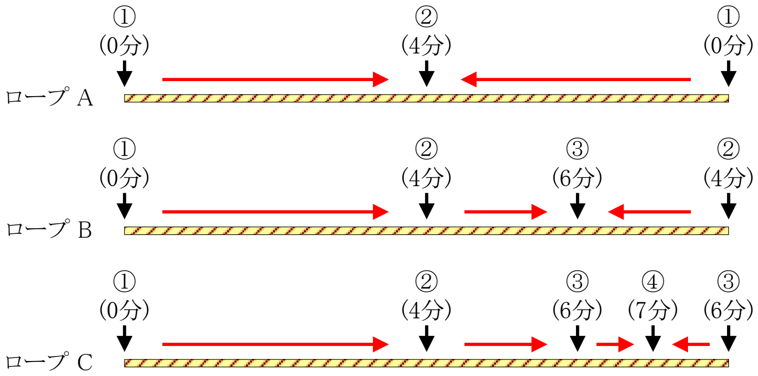
〔No. 15〕　**正答　4**

【解　説】

このロープは，一方の端だけに点火すると 8 分で燃えつきるので，ロープの長さを 8m として，1 分につき 1m 燃えるものと考える。

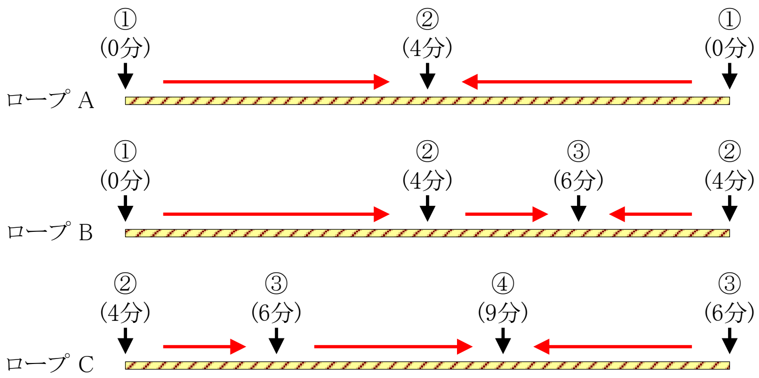
もしも，このロープの両端に同時に点火すると，両端から 4m ずつ燃えることになるので，4 分で燃えつきることになる。

そこで，3 本のロープすべての一方の端に点火し，同時に 1 本だけもう一方の端にも点火すると，この両端に点火したロープは 4 分後に燃えつきるが，このとき，ほかの 2 本のロープは，4m だけ燃えて 4m が燃え残っていることになるので,2 本のうち 1 本の燃えていない端に点火すると,このロープは両端から 2m ずつ燃えて，点火してから 2 分後(最初から 6 分後)に燃えつきることになる。このとき，最後の 1 本は 2m だけ燃え残っているので，2 本目が燃えつきた瞬間に，3 本目のロープの燃えていない端に点火すると，この 3 本目のロープは 1 分で燃えつき，合計で 7 分を計ることができる。

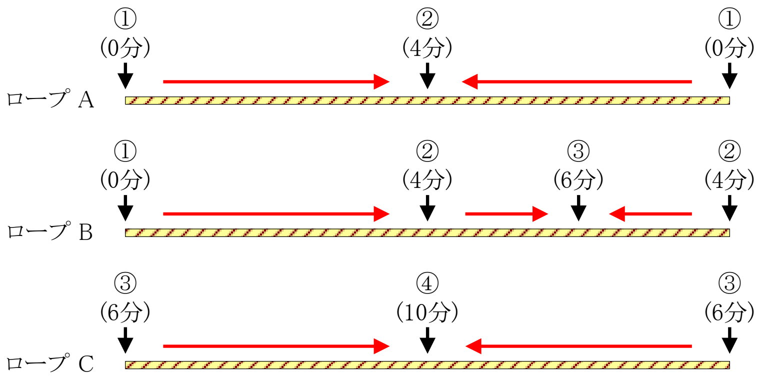


このように考えると 9 分，10 分，12 分は，それぞれ次のようにして計ることができる。

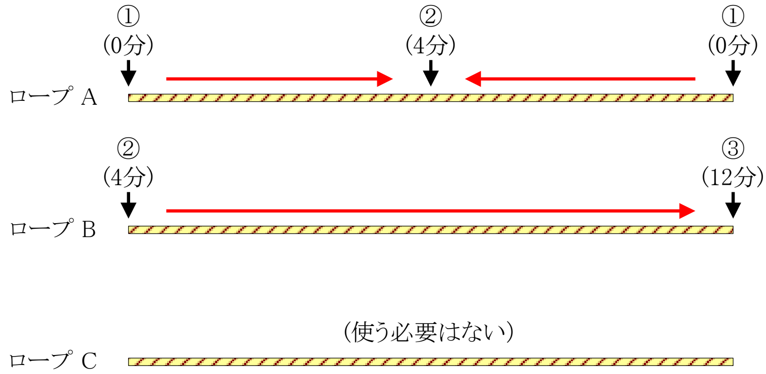
＜ 9 分＞



＜10 分＞



＜12 分＞



よって，計ることができない時間の長さは 11 分である。

〔№. 16〕　**正答　2**

【解　説】

大人券，子供券，親子ペア券の販売枚数をそれぞれａ枚，ｂ枚，ｃ枚とすると，条件より，次の方程式および不等式が成り立つ。

$$1{,}300a+800b+2{,}000c=272{,}900$$

$$a=\frac{1}{2}c-9$$

$$c>b>a$$

1番目の式から $13a+8b+20c=2{,}729$ となり，2番目の式の両辺を40倍して整理すると $40a-20c=-360$ となるので，この2つの式の辺々を加えて $53a+8b=2{,}369$ となる。

この式を整理すると $a=\dfrac{2{,}369-8b}{53}$ となり，a，b がともに0以上の整数となるのは次のような場合である。

$b=51$ のとき $a=37$　→　$c=92$　→　$c>b>a$ となるので題意に適する。
$b=104$ のとき $a=29$　→　$c=76$　→　$c>b>a$ とならないので題意に適さない。
$b=107$ のとき $a=21$　→　$c=60$　→　$c>b>a$ とならないので題意に適さない。
$b=160$ のとき $a=13$　→　$c=44$　→　$c>b>a$ とならないので題意に適さない。
$b=213$ のとき $a=5$　→　$c=28$　→　$c>b>a$ とならないので題意に適さない。

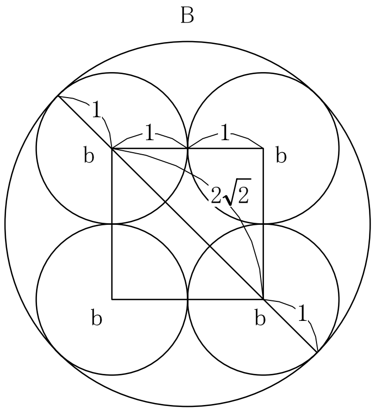
よって，題意に適するのは $a=37$，$b=51$，$c=92$ の場合のみであるので，大人券の販売枚数は37枚である。

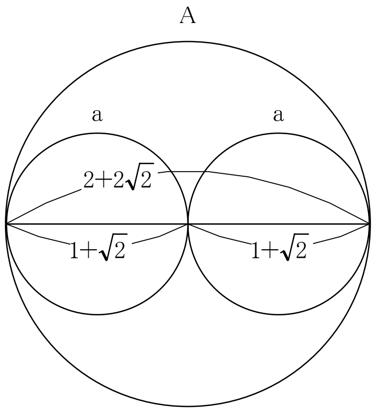
〔No. 17〕　正答　4

【解　説】

円aと円bはたがいに相似形であるから，その面積の比は「(半径)^{2}の比」に等しい。さらに，「(半径)^{2}の比＝(直径)^{2}の比」であるから，円aの面積に対する円bの面積の比率を求めるには，たがいの直径の比がわかればよい。

ここで，円bの半径を 1 とすると，次の図より円Bの直径は $2+2\sqrt{2}$ となる。したがって，円Aの直径も $2+2\sqrt{2}$ であるから，円aの直径は $1+\sqrt{2}$ となる。円bの直径は 2 であるから，(円aの面積)：(円bの面積)＝$(1+\sqrt{2})^2$：2^2＝$3+2\sqrt{2}$：4 となる。





よって，円 a の面積に対する円 b の面積の比率は $\dfrac{4}{3+2\sqrt{2}}=\dfrac{4(3-2\sqrt{2})}{(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})}=12-8\sqrt{2}$ となる。

〔No. 18〕　**正答　5**

【解　説】

$$\begin{array}{r|l l}
7 & 65 & \text{「122」} \\
7 & 9 & \cdots 2 \\
 & 1 & \cdots 2
\end{array}$$

2 進法で「101011」と表される数は，10 進法では $1\times2^5+0\times2^4\times1\times2^3+0\times2^2+1\times2^1+1\times2^0=43$ となる。また，3 進法で「211」と表される数は，10 進法では $2\times3^2+1\times3^1+1\times3^0=22$ となる。

したがって，これらの和は 10 進法では 43＋22＝65 となるので，これを 7 進法で表すと，右の計算より「122」となる。

〔No. 19〕　**正答　4**

【解　説】

Aは，18，27，45で割るといずれも8余るので，「A＝18，27，45の最小公倍数＋8＝278」である。

またBは，31，63，79を割るといずれも7余る数であるので，31，63，79からそれぞれ7を引いた24，56，72の公約数のうち余りの7よりも大きい数である。24，56，72の最大公約数は8であるから，B＝8である。

よって，AとBの差は278－8＝270となる。

〔No. 20〕　正答　1

【解　説】

画用紙全体の面積をx cm^{2}とすると，青色で塗った部分の面積は$\frac{1}{3}x$ cm^{2}で残りは$\frac{2}{3}x$ cm^{2}となるので，黄色で塗った部分の面積は$\frac{2}{3}x\times\frac{1}{3}=\frac{2}{9}x$ (cm^2)となる。この時点で，残りは$x-\left(\frac{1}{3}x+\frac{2}{9}x\right)=\frac{4}{9}x$ (cm^2)である。

したがって，赤色で塗った部分の面積は$\frac{4}{9}x\times\frac{6}{10}=\frac{4}{15}x$ (cm^2)となるので，緑色で塗った部分の面積は$\left(\frac{4}{9}x-\frac{4}{15}x\right)\times\frac{25}{100}=\frac{2}{45}x$ (cm^2)である。

よって，黄色で塗った部分と緑色で塗った部分の面積の差は$\frac{2}{9}x-\frac{2}{45}x=\frac{8}{45}x$ (cm^2)であり，この部分の面積が 160cm^{2}であることから，$\frac{8}{45}x=160$ より$x=900$(cm^2)となるので，青色で塗った部分の面積は$\frac{1}{3}x=300$(cm^2)となる。

〔No. 21〕　正答　3

【解　説】

資料では実数値が示されているので，割合の関係に気をつければ単純な問題である。

1.　2010年についてみると,5か国からの輸入金額の合計に占めるチリからの輸入金額の割合は$\frac{5,935}{59,579}\times100$≒9.96(%)となり，9%を上回っている。よって誤りである。

2.　2008年におけるフランスからの輸入金額を100としたときの2012年のフランスからの輸入金額の指数は$\frac{41,429}{53,333}\times100$≒77.7となり，75を上回っている。よって誤りである。

3.　正しい。2009年から2011年までの各年について，イタリアからの輸入金額に対するスペインからの輸入金額の比率を求めてみると次のようになり，いずれの年も0.3を上回っている。

2009年　$\frac{3,595}{10,772}\fallingdotseq0.33>0.3$

2010年　$\frac{3,434}{10,187}\fallingdotseq0.34>0.3$

2011年　$\frac{3,777}{11,215}\fallingdotseq0.34>0.3$

4.　2010年から2012年の3か年におけるアメリカからの輸入金額の1年あたりの平均は(5,295＋5,242＋6,420)÷3≒5,652(百万円)であり，6,000百万円を上回ってはいない。よって誤りである。

5.　チリの2012年における輸入金額の対前年増加率は$\frac{8,156-6,113}{6,113}\times100$≒33.4(%)であり,スペインの2012年における輸入金額の対前年増加率は$\frac{5,299-3,777}{3,777}\times100$≒40.3(%)であるので,スペインのほうが大きい。よって誤りである。

以上より，正答は選択肢3である。

〔No. 22〕　正答　2

【解　説】

資料は対前年度増加率の推移を示したものであるから，値がプラスであれば前年よりも増加し，値がマイナスであれば前年よりも減少している。

1. 平成 20 年の 5 位安置以下のシリコンウエハの生産量を 100 とすると，22 年の 5 インチ以下のシリコンウエハの生産量の指数は100×(1－0.45)×(1＋0.41)＝77.55となり,70を上回っている。よって誤りである。
2. 正しい。6 インチのシリコンウエハについて，平成 20 年を 100 とする指数で平成 21 年から 23 年にかけての生産量を表してみると次のようになり，20 年が最大で 21 年が最小となっていることがわかる。
   平成 20 年　……　100
   平成 21 年　……　100×(1－0.34)＝66
   平成 22 年　……　100×(1－0.34)×(1＋0.48)＝97.68
   平成 23 年　……　100×(1－0.34)×(1＋0.48)×(1－0.28)≒70.33
3. 平成 21 年から 23 年までのうち，8 インチのシリコンウエハの生産量が前年に比べて減少しているのは平成 21 年と 23 年であるが，このうち 23 年については，12 インチ以上のシリコンウエハの生産量が増加している。よって誤りである。
4. 平成 21 年における 8 インチのシリコンウエハの生産量をa，同年における 6 インチのシリコンウエハの生産量をbとすると，22 年における 8 インチおよび 6 インチのシリコンウエハの生産量はそれぞれ 1.64a，1.48bとなる。したがって，8 インチのシリコンウエハの生産量に対する 6 インチのシリコンウエハの生産量の比率は，平成 21 年の$\frac{b}{a}$に対して 22 年は$\frac{1.48b}{1.64a}$となって減少している。よって誤りである。
5. 平成 21 年の 8 インチのシリコンウエハの生産量を 100 とすると，24 年の 8 インチのシリコンウエハの生産量は 100×(1＋0.64)×(1－0.16)×(1－0.13)≒120 となり，平成 21 年よりも増加している。よって誤りである。

以上より，正答は選択肢 2 である。

〔No. 23〕　**正答　2**

【解　説】

総量記載のある構成比のグラフであるが，各選択肢の判定自体はそれほど困難ではない。

1.　2007年における中国航路と東南アジア航路の構成比の差は29.9－25.8＝4.1(%)であるので，そのコンテナ船総トン数は115,691×0.041≒4,743(千トン)となり，4,800千トンを下回っている。よって誤りである。

2.　正しい。2008年から2010年までのうち，北欧・地中海航路のコンテナ船総トン数が前年に比べて増加しているのは2008年および2010年である。また，北米西岸航路のコンテナ船総トン数の2007年から2010年にかけての数値は次のようになり，年々減少していることがわかる。

2007年　115,691×0.220≒25,452(千トン)

2008年　114,602×0.219≒25,098(千トン)

2009年　107,873×0.223≒24,056(千トン)

2010年　110,938×0.172≒19,081(千トン)

3.　各年において，北米西岸航路のコンテナ船総トン数に対する北米東岸航路のコンテナ船総トン数の比率は$\dfrac{\text{総トン数}\times\text{北米東岸航路の構成比}}{\text{総トン数}\times\text{北米西岸航路の構成比}}=\dfrac{\text{北米東岸航路の構成比}}{\text{北米西岸航路の構成比}}$で求めることができるが，2011年のこの比率は$\dfrac{11.1}{30.8}$≒0.36で0.33を上回っている。よって誤りである。

4.　2008年における東南アジア航路のコンテナ船総トン数は114,602×0.249≒28,536(千トン)，2010年における東南アジア航路のコンテナ船総トン数は110,938×0.357≒39,605(千トン)であるので，2008年を100とする指数で2010年の値を表すと$\dfrac{39,605}{28,536}$×100≒138.8となり，145を下回っている。よって誤りである。

5.　北米東岸航路のコンテナ船総トン数における2009年から2011年の3か年の累計は107,873×0.063＋110,938×0.053＋114,043×0.111≒25,334(千トン)となり，23,000千トンを上回っている。よって誤りである。

以上より，正答は選択肢2である。

〔No. 24〕　正答　５

【解　説】

実数の表と対前回増加率の折れ線グラフであるが，与えられている実数値は平成 22 年度の値であり，たとえば平成 19 年度の値を求める場合には，「平成 22 年度の値÷(1＋平成 22 年度の対前回増加率/100)」のように，対前回増加率で割り戻していく必要がある点に注意しなければならない。

1. 平成 10 年度を 100 とする指数で 19 年度および 22 年度の美術博物館の入館者数を表すと，19 年度は 100×(1－0.21)×(1＋0.04)×(1＋0.03)≒84,6 となって 95 を下回っているが，22 年度は 100×(1－0.21)×(1＋0.04)×(1＋0.03)×(1＋0.17)≒99.0 となって 95 を上回る。よって誤りである。
2. 科学博物館において，平成 22 年度入館者数の 19,251 千人をもとに平成 16 年度，13 年度，10 年度の入館者数を求めてみると，次のようになる。

   平成 16 年度　19,251÷(1－0.09)÷(1＋0.18)≒17,928(千人)

   平成 13 年度　19,251÷(1－0.09)÷(1＋0.18)÷(1－0.13)≒20,607(千人)

   平成 10 年度　19,251÷(1－0.09)÷(1＋0.18)÷(1－0.13)÷(1－0.04)≒21,465(千人)

   したがって，この 3 か年における平均は(17,928＋20,607＋21,465)÷3＝20,000(千人)となり，19,500 千人を上回っている。よって誤りである。
3. 平成 13 年度，16 年度，19 年度，22 年度のうち，歴史博物館の入館者数が前回調査年度に比べて増加した年度は 16 年度および 22 年度 2 階であるが，どちらの年度も動物園の入館者数は前回調査年度に比べて減少している。よって誤りである。
4. 平成 16 年度における歴史博物館の入館者数は，58,211÷(1＋0.02)÷(1－0.07)≒61,365(千人)であり，平成 16 年度における科学博物館の入館者数は選択肢 2 の解説より 17,928 千人であるので，その差は 61,365－17,928＝43,437(千人)となり，45,000 千人を下回っている。よって誤りである。
5. 正しい。平成 13 年度における動物園の入館者数をa，同年における美術博物館の入館者数をbとすると，平成 19 年度における動物園の入館者数はa×(1－0.15)×(1＋0.03)＝0.8755aとなり，同年における美術博物館の入館者数はb×(1－0.18)×(1＋0.18)＝0.9676bとなる。したがって，平成 19 年度における動物園の入館者数に対する美術博物館の入館者数の比率は$\frac{1.9676b}{0.8755a}$となり，平成 13 年度の比率である$\frac{b}{a}$よりも大きくなっている。

以上より，正答は選択肢 5 である。

〔No. 25〕　正答　５

【解　説】

資料はフローチャートのような形式になっており，循環する部分も存在しているのでやや読み取りにくいが，各項目の実数値は記載されているので，落ち着いて選択肢に記述されている項目の数値を確実に読み取っていけばよい。

1. 輸入の量は 783 百万トンであり，輸出の量である 184 百万トンの 4 倍以上になっているが，輸入の量に占める輸入製品の割合は $\frac{55}{783}\times 100 \fallingdotseq 7.0(\%)$ となり，6%を上回っている。よって誤りである。

2. 総物質投入量に占める国内資源の量と循環利用量の計の割合は $\frac{582+246}{1,611}\times 100 \fallingdotseq 51.4(\%)$ となり，50%を上回っている。よって誤りである。

3. 総物質投入量に対する天然資源等投入量の比率は $\frac{1,365}{1,611} \fallingdotseq 0.847$ であり，総物質投入量と含水等の量の計に対する循環利用量の比率である $\frac{246}{1,611+267} \fallingdotseq 0.131$ の 6.8 倍（＝0.8908）を下回っている。よって誤りである。

4. 廃棄物等の発生の量と循環利用量との差は 567－246＝321（百万トン）であり，最終処分の量である 19 百万トンを 302 百万トンしか上回ってはいない。よって誤りである。

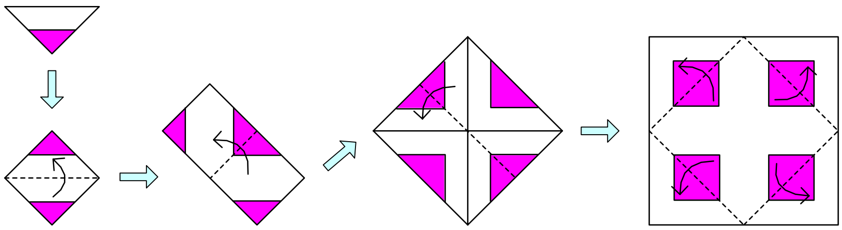
5. 正しい。廃棄物等の発生の量である 567 百万トンは，総物質投入量 1,611 百万トンの $\frac{1}{3}$ である 537 百万トンを上回っている。また，減量化の量である 219 百万トンは，エネルギー消費および工業プロセス排出 317 百万トンの $\frac{3}{4}$ である 237.75 百万トンを下回っている。

以上より，正答は選択肢 5 である。

〔No. 26〕　正答　1

【解　説】

最後の状態から，線対称に注意して折っていった方向とは逆に順に戻していくと，次の図のようになる。

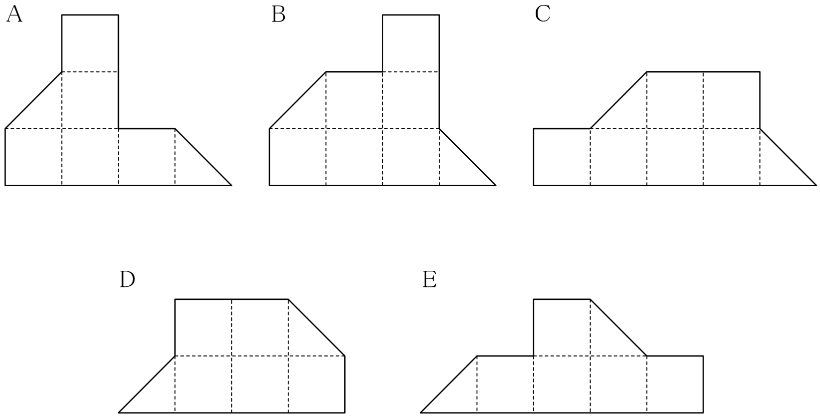


よって，正答は選択肢 1 である。

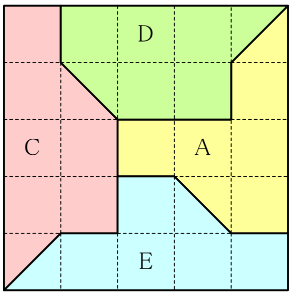
〔No. 27〕　**正答　2**

【解　説】

A～E の図形について，次の図のように補助線を引き，小正方形 1 個分の面積を「1」とすると，A，D，E の面積は「6」であるのに対し，B および C の面積は「7」となっている。これらの面積の総和は「32」であるから，これらのうち 4 個を選んでできる正方形の面積は「25」であり，使用しない図形の面積は「7」，すなわち B または C のいずれかの図形ということになる。



ここで，たとえば E の図形を基準として，A，C，D を用いれば，次の図のようにして正方形をつくることができる。



よって，必要でない図形は B であるので，正答は選択肢 2 である。

〔No. 28〕　**正答　5**

【解　説】

問題の図形を，軸Ⅰを中心として一回転させると，底面の半径が 2a で高さが a の円錐ができる。このとき，軸Ⅱは底面の直径を通る直線となっているので，軸Ⅱを中心としてこの円錐を一回転させると，半径 2a の円がその直径を軸として回転するのと同じことになるので，できる立体は半径が 2a の球となる。

よって，正答は選択肢 5 である。

〔No. 29〕　**正答　5**

【解　説】

円Ｘがアの位置にいるときの円Ｘの周上の円Ｚと接する点をＰとすると，円Ｘがイの位置まで転がるとき，円Ｘは円Ｚの円周の$\frac{1}{2}$の$2\pi R$だけ転がってくることになるので，円Ｘの円周の長さがπRであることから，点Ｐはちょうど円Ｚと接する位置に来ることになる（図1）。

同様に，円Ｙがアの位置にいるときの円Ｙの周上の円Ｚと接する点Ｑとすると，円Ｙがウの位置まで転がるとき，円Ｙは円Ｚの円周の$\frac{3}{4}$の$3\pi R$だけ転がってくることになるので，円Ｙの円周の長さが$\frac{3}{2}\pi R$であることから，点Ｑもちょうど円Ｚと接する位置に来ることになる（図2）。

図1

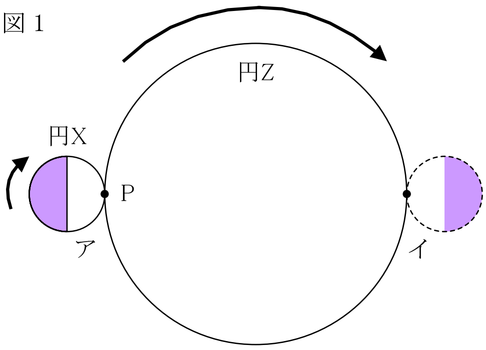
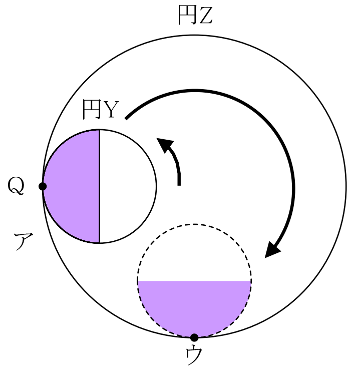


図2



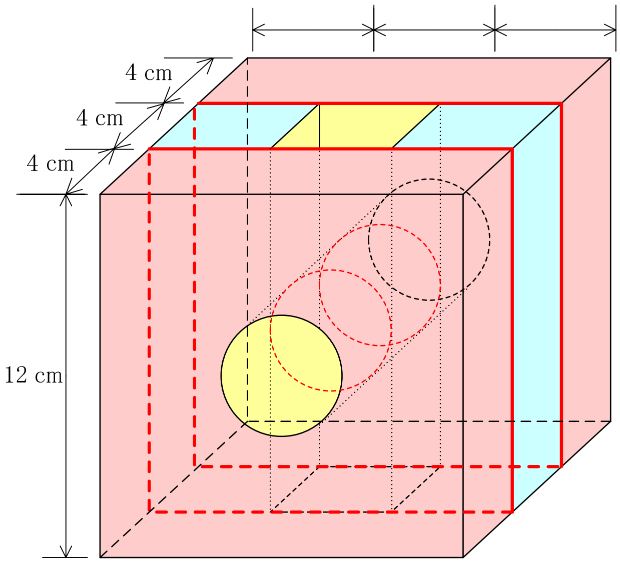
よって，正答は選択肢1である。

〔No. 30〕　**正答　2**

【解　説】

問題の図形のままではわかりにくいので，上面からあけた正方形の貫通孔の前後の部分と，両横の部分の，合計 4 つの部分にわけて考える。

貫通孔の前後の部分は，それぞれ底面積が$(12^2-4\pi)\text{cm}^2$で高さが 4cmの柱体であると考えることができる。また，貫通孔の両横の部分はそれぞれ底面積が 16cm^2で高さが 12cmの四角柱であると考えることができる。



よって，この立体の体積は，$(12^2-4\pi)\times4\times2+16\times12\times2=1{,}152-32\pi+384=1{,}536-32\pi\ (\text{cm}^3)$となる。