〔No. 11〕　**正答　3**

条件 A～E より，3 人が食べた寿司ネタについて表を作ると，次のようになる。

	Ⅰ（1 つまで）			Ⅱ（2 つ）			Ⅲ						個数
	トロ	ウニ	ヒラメ	エビ	タイ	マグロ	イカ	タコ	アジ	アナゴ	玉子	きゅうり	
父	○			○	○			○					5 つ
長男	×				×	○	○	×				×	
次男	×	×	×	×	○	○	○				○	○	7 つ

Ⅰのネタは 1 つまでなので，父はウニおよびヒラメを食べておらず，Ⅱのネタは 3 人とも 2 つ食べているので，父はマグロを食べず，長男はエビを食べたことになる。また，長男がⅠのネタを食べなかったとすると，長男はⅡおよびⅢのネタを合わせて 7 つ食べたことになるが，長男はタイ，タコ，きゅうりを食べていないので，ⅡおよびⅢのネタを 7 つ食べている可能性はない。したがって，長男はⅠのネタであるウニまたはヒラメのどちらかを食べ，全部で 5 つのネタを食べたことになる。

	Ⅰ（1 つまで）			Ⅱ（2 つ）			Ⅲ						個数
	トロ	ウニ	ヒラメ	エビ	タイ	マグロ	イカ	タコ	アジ	アナゴ	玉子	きゅうり	
父	○	×	×	○	○	×		○					5 つ
長男	×	どちらか○		○	×	○	○	×				×	5 つ
次男	×	×	×	×	○	○	○				○	○	7 つ

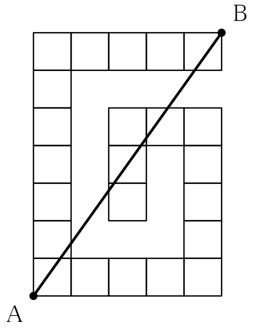
条件 D より，長男と次男が共通して食べたネタはマグロおよびイカの 2 つであるので，条件 E の「3 人全員が共通して食べたネタ」はイカということになり，長男は玉子を食べていないことになる。さらに，長男はアジまたはアナゴのどちらかを食べていることになるが，条件 D より長男が食べたネタは次男が食べていないことになるので，次男はタコを食べていることになる。

	Ⅰ（1 つまで）			Ⅱ（2 つ）			Ⅲ						個数
	トロ	ウニ	ヒラメ	エビ	タイ	マグロ	イカ	タコ	アジ	アナゴ	玉子	きゅうり	
父	○	×	×	○	○	×	○	○	×	×	×	×	5 つ
長男	×	どちらか○		○	×	○	○	×	○/×	×/○	×	×	5 つ
次男	×	×	×	×	○	○	○	○	×/○	○/×	○	○	7 つ

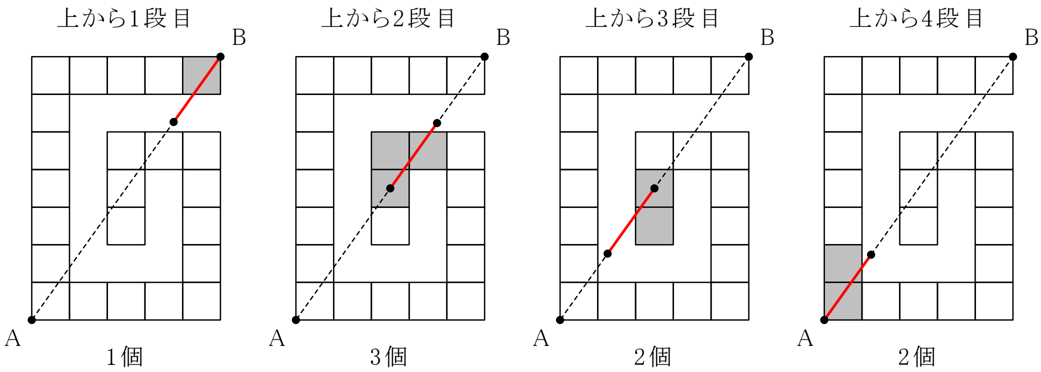
よって，ア～オのうちで確実にいえるのは，イの「乳はアジを食べなかった」，ウの「長男はⅠのネタを食べた」，エの「次男はタコを食べた」である。

〔No. 12〕　**正答　3**

図 2 の立体を真上から見たとき，2 点 A，B を結ぶ直線は次の図のようになる。



この直線 AB が上下方向に 4 段に等分されることから，各段について直線 AB が通過する立方体の数を数えると，次のようになる。



よって，正答は選択肢 3 の「8 個」である。

〔No. 13〕　正答　1

Aを基準(±0)として，B～Eの勝ち点を樹形図で表すと，次のようになる。

D(+9)
D(−3)　E(+3)
　　　　　　　A(±0)　B(+3)　C(+7)
D(+3)　E(−3)　　　　B(−3)　C(−1)
D(−9)　　　　　　　　　　　　C(+1)
　　　　　　　　　　　　　　　C(−7)

2点差

CとDの勝ち点差が2であることから，AからEの勝ち点は次の4通りとなる。

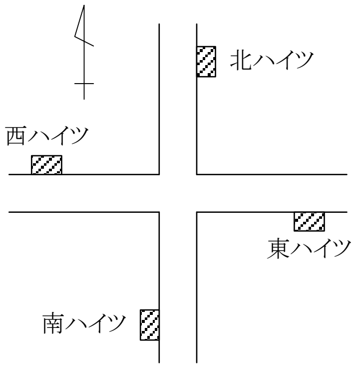
	A	B	C	D	E
①	±0(5位)	+3(3位)	+7(2位)	+9(1位)	+3(3位)
②	±0(3位)	+3(1位)	−1(4位)	−3(5位)	+3(1位)
③	±0(5位)	−3(3位)	+1(2位)	+3(1位)	−3(3位)
④	±0(1位)	−3(2位)	−7(4位)	−9(5位)	−3(2位)

これらのうち，首位のチームと4位のチームとの勝ち点差がもっとも大きくなるのは，④のAが首位の場合の「7点」である。

よって，正答は選択肢1である。

〔№. 14〕　**正答　３**

条件ウより，ＣはＤより東に住んでいるので，Ｃは北ハイツ，東ハイツ，南ハイツのいずれかである。ところが，Ｃが東ハイツに住んでいるとすると，条件エよりＡが南ハイツに住んでいることになり，条件アと矛盾する。したがって，Ｃは北ハイツまたは南ハイツのいずれかに住んでいることになり，Ｄが西ハイツに住んでいることになる。



条件イより，Ｄの家からＡの家へは中央交差点を直進するので，Ａは東ハイツに住んでいることになり，条件アよりＢが南ハイツ，条件エよりＣが北ハイツに住んでいることになる。

よって，確実にいえるものは選択肢３の「Ａは東ハイツに，Ｃは北ハイツに住んでいる」である。

〔No. 15〕　**正答　2**

A～D はそれぞれ 3 種類のスートを持っており，スートのパターンはすべて異なっているので，4 人はそれぞれ異なる 1 つのスートを持っていないことになる。

条件オより，B は S 大生ではなく，条件アおよびエより C と A も S 大生ではないので，S 大生は D である。したがって，条件オより B と D はスペードとダイヤのカードを持っていることになる。また，条件アより C はスペードのカードを持っているので，A はスペードのカードを持っていないことになる。この時点で，A が持っているカードはハート，ダイヤ，クラブであるとわかる。さらに，ダイヤを持っているのは A，B，D の 3 人となるので，C が持っているカードはスペード，ハート，クラブの 3 種類である。

ここまでに判明した事実を表にすると，次のようになる。

	P	Q	R	S	スペード	ハート	ダイヤ	クラブ
A				×	×	○	○	○
B				×	○		○	
C				×	○	○	×	○
D	×	×	×	○	○		○	

条件ウより，Q 大生はダイヤとクラブのカードの両方を持っていることはないので，A は Q 大生ではなく，条件エより A は P 大生でもないので，A は R 大生である。また，条件イより P 大生はダイヤとクラブのカードを持っているので，B が P 大生となって B が持っているカードはスペード，ダイヤ，クラブの 3 種類となる。ここから，C は Q 大生であり，D が持っているカードはスペード，ハート，ダイヤの 3 種類となる。

	P	Q	R	S	スペード	ハート	ダイヤ	クラブ
A	×	×	○	×	×	○	○	○
B	○	×	×	×	○	×	○	○
C	×	○	×	×	○	○	×	○
D	×	×	×	○	○	○	○	×

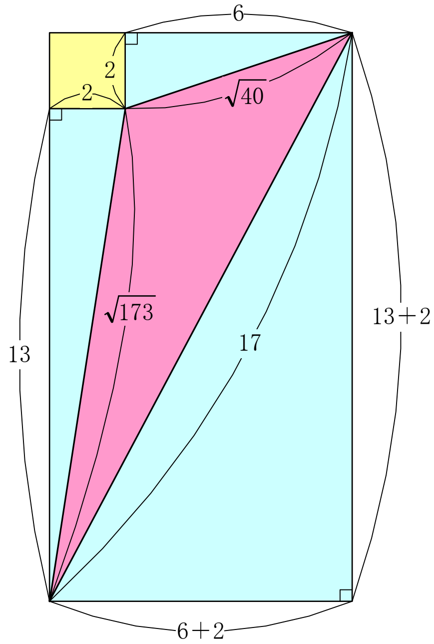
よって，確実にいえるものは選択肢 2 の「B は P 大生で，スペード，ダイヤ，クラブのカードを持っている」である。

〔No. 16〕　正答　4

問題の式の形から,「三平方の定理」を利用すればよいと考えられる。

「$13^2+2^2=173$」より,「$\sqrt{173}$」は直角をはさむ 2 辺の長さが 13 および 2 である直角三角形の斜辺の長さであり,「$6^2+2^2=40$」より,「$\sqrt{40}$」は直角をはさむ 2 辺の長さが 6 および 2 である直角三角形の斜辺の長さであることがわかる。さらに,「$(13+2)^2+(6+2)^2=17^2$」より,「17」は直角をはさむ 2 辺の長さが 13＋2 および 6＋2 である直角三角形の斜辺の長さであることもわかる。

これらのことから,右のような図を描くと,求める三角形の面積は,2 辺の長さが 15 および 8 である長方形の面積から,3 つの直角三角形および 1 辺の長さが 2 の正方形の面積を引けばよいことがわかる。



したがって,求める面積は,

$$15\times 8-\left(15\times 8\times \frac{1}{2}+13\times 2\times \frac{1}{2}+6\times 2\times \frac{1}{2}+2\times 2\right)$$

$$=120-(60+13+6+4)=120-83=37$$

となる。

〔No. 17〕　**正答　4**

問題の正四面体を図示すると，次のようになる。

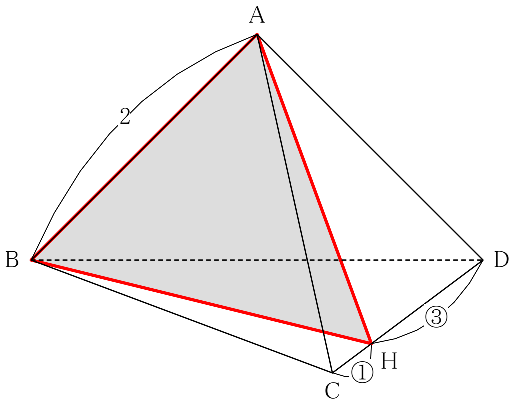


図 1 のように，正三角形 ACD について，A から CD に下ろした垂線の足を E とすると，E は CD の中点であるので DE＝1 であり，H は CD を 1 : 3 に内分する点であるから $CH=2\times\frac{1}{1+3}=\frac{1}{2}$ である。したがって，$HE=\frac{1}{2}$ となるので，△AHE についての三平方の定理より，$AH=\frac{\sqrt{13}}{2}$ となる。また，△ACH≡△BCH より $BH=\frac{\sqrt{13}}{2}$ となるので，切断面 ABH は，図 2 のように，$AH=BH=\frac{\sqrt{13}}{2}$，AB＝2 の二等辺三角形となる。

図 1

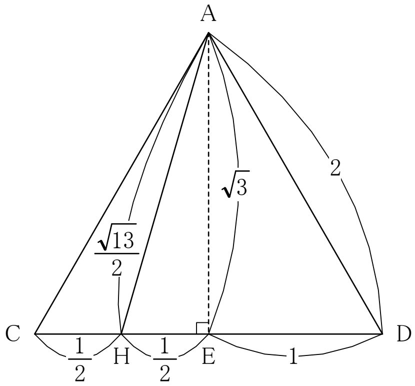


図 2

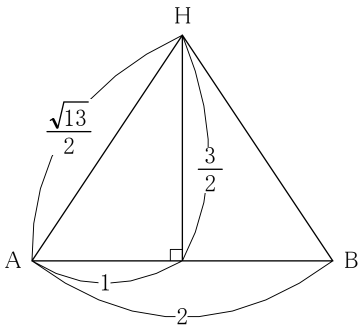
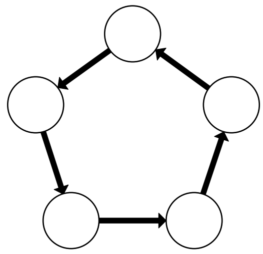


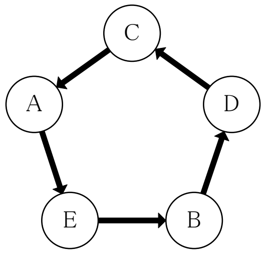
図 2 より，△ABH の高さは $\frac{3}{2}$ となるので，その面積は $2\times\frac{3}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$ である

〔№. 18〕　**正答　4**



Aの発言から，5人のメールのやり取りのようすは右の図のようになっていると考えられる。

B，D，Eの発言から，この3人はCからメールを受け取っていないので，Cからメールを受け取ったのはAということになる。このとき，Cの発言から，Cがメールを受け取った相手はDとなり，Bの発言から，Bがメールを受け取った相手はEとなるので，5人のメールのやり取りのようすは次の図のようになる。



よって，確実にいえるのはイの「Cが送った相手はBである」およびエの「CはDから受け取った」となるので，正答は選択肢4である。

〔No. 19〕　**正答　2**

条件オより，Eは全員と知り合いであるので，条件イよりBはEのみと知り合いということになり，A，C，Dの3人はBと知り合いではないことになる。そうすると，条件エよりDはB以外の3人，すなわちA，C，Eの3人と知り合いということになり，Cが知り合いである2人はDおよびEとなる。したがって，AとCは知り合いではないことになる。

	A	B	C	D	E	（人数）
A		×	×	○	○	2人
B	×		×	×	○	1人
C	×	×		○	○	2人
D	○	×	○		○	3人
E	○	○	○	○		4人

条件アより，Aの両隣はいずれもAの知り合いではないので，Aの両隣はBとCである。ところが，両隣とも知り合いでないのはAだけであるから，BはAとEの間，すなわちAの左隣に座っていることになる。よって，Aの右隣に座っているのはCである。

〔№. 20〕　**正答　4**

各問題の正答率は，$\dfrac{正答者数}{生徒数}$で求めることができる。また，2 題合わせた正答率は，問 1 の正答率と問 2 の正答率の算術平均を取ることで求められる。

条件アより，2 題合わせた正答率は 3 クラスとも同じであるが，条件エより A の問 1 の正答率は他の 2 クラスよりも高いので，A の問 2 の正答率は他の 2 クラスよりも低いはずである。ところが，条件ウより，A と B の問 2 の正答者数は同じであるので，A のほうが B よりも正答率が低くなるためには，A の生徒数が B の生徒数よりも多くなければならない。

また，条件イより A の問 1 と問 2 の正答者数が同じであるので，A の問 1 の正答者数と B の問 2 の正答者数は同じである。一方で，A の問 1 と問 2 の正答率は等しいはずであるから，これを a とすると，B の問 1 の正答率は a より低く，B の問 2 の正答率は a より高いことになる。したがって，B の問 1 の正答率は B の問 2 の正答率よりも低いことになるので，B の問 1 の正答者数は B の問 2 の正答者数より少なく，同時に A の問 1 の正答者数よりも少ないことがわかる。

ここで，条件オより，C の問 1 の正答者数は A より多いことになるが，条件エより C の問 1 の正答率は A よりも低いはずであるので，C の生徒数は A の生徒数よりも多くなければならない。

よって，生徒数が多い順に「C→A→B」となるので，正答は選択肢 4 である。

なお，仮に A の生徒数を 30 人，A における問 1 および問 2 の正答率を 50%とした場合，たとえば次のような人数であれば，すべての条件を満たしている。

	人数	問 1 の正答者数	問 2 の正答者数	合計の正答率
A	30 人	15 人(正答率 50%)	15 人(正答率 50%)	50%
B	25 人	10 人(正答率 40%)	15 人(正答率 60%)	50%
C	40 人	18 人(正答率 45%)	22 人(正答率 55%)	50%

〔No. 21〕　**正答　1**

A～C のそれぞれについて，正誤を検討してみると，次のようになる。

A　4^m の 1 の位は，$4^1=4$，$4^2=16$，$4^3=64$，$4^4=256$，…というように，4 と 6 しか現れない。また，6^n の 1 の位は，$6^1=6$，$6^2=36$，$6^3=216$，$6^4=1{,}296$，…というように，すべて 6 となっている。したがって，4^m6^n の 1 の位は，$4\times6=24$ の「4」または $6\times6=36$ の「6」のいずれかである。よって正しい。

B　3^m7^n の 1 の位が 3 となるのは，$3\times7=21$ より，$3^m7^n=3^{n+1}\times7^n=3^n\times7^n\times3^1=21^n\times3$ となる場合，すなわち $m=n+1$ となる場合である。このとき，3^n7^m の 1 の位は，$3^n\times7^{n+1}=3^n\times7^n\times7^1=21^n\times7$ より，かならず 7 となる。よって正しい。

C　3^m について，$m=1$ から順に書き並べてみると，次のようになる。

$3^1=3$，$3^2=9$，$3^3=27$，$3^4=81$，$3^5=243$，$3^6=729$，$3^7=2{,}187$，$3^8=6{,}561$，……

したがって，s を 1 以上の整数とすると，$m=4s-3$ のとき 3^m の 1 の位は 3，$m=4s-2$ のとき 3^m の 1 の位は 9，$m=4s-1$ のとき 3^m の 1 の位は 7，$m=4s$ のとき 3^m の 1 の位は 1 となっていることがわかる。

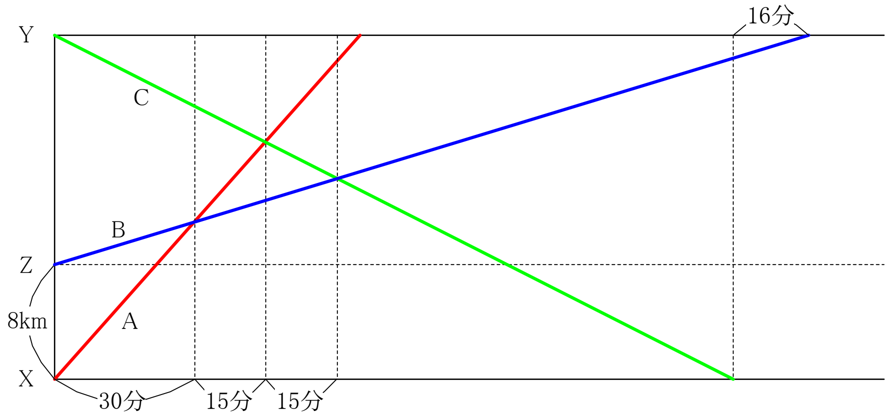
同様に考えると，8^n の 1 の位は，t を 1 以上の整数として，$n=4t-3$ のとき 8^n の 1 の位は 8，$n=4t-2$ のとき 8^n の 1 の位は 4，$n=4t-1$ のとき 8^n の 1 の位は 2，$n=4t$ のとき 8^n の 1 の位は 6 となっていることがわかる。

ここで，$m+n=33$ であるとき，$m=4s-3$ とすれば，$n=33-m=33-(4s-3)=36-4s=4(9-s)=4t$ と考えることができる。このとき，3^m8^n の 1 の位は，$3\times6=18$ の「8」である。同様に，$m=4s-2$ のときは $n=33-m=33-(4s-2)=35-4s=4(9-s)-1=4t-1$ となるので 3^m8^n の 1 の位は $9\times2=18$ の「8」となり，$m=4s-1$ のときは $n=33-m=33-(4s-1)=34-4s=4(9-s)-2=4t-2$ となるので 3^m8^n の 1 の位は $7\times4=28$ の「8」となり，$m=4s$ のときは $n=33-m=33-4s=4(9-s)-3=4t-3$ となるので 3^m8^n の 1 の位は $1\times8=8$ の「8」となる。よって正しい。

以上より，A～C はすべて正しいので，正答は選択肢 1 である。

〔No. 22〕　**正答　4**

A～C の 3 人の移動のようすをダイヤグラムで表してみると，次のようになる。ただし，B が出発した地点を Z としている。



A の速さを a km/時，B の速さを b km/時，C の速さを c km/時とすると，A は 30 分で B に追いついたので，

$$\frac{1}{2}(a-b)=8 \qquad \therefore\ \ b=a-16$$

また，A と C は 45 分後に出会っているので，XY 間の距離は $\frac{3}{4}(a+c)$ km と表すことができる。したがって，B と C が 1 時間後に出会っていることから，

$$1\times(b+c)=\frac{3}{4}(a+c)-8 \quad \rightarrow \quad 4(a-16+c)=3(a+c)-32 \qquad \therefore\ \ c=32-a$$

よって，XY 間の距離は，

$$\frac{3}{4}(a+c)=\frac{3}{4}(a+32-a)=\frac{3}{4}\times 32=24\,(\text{km})$$

B と C の到着時刻の差が 16 分であることから，

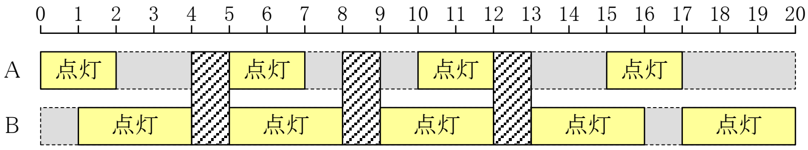
$$\frac{24}{32-a}+\frac{16}{60}=\frac{24-8}{a-16}$$

この方程式を数学的にきちんと解くのは現実的ではないので，a に選択肢の値を順に当てはめてみると，$a=22$ のときに等式が成立することがわかる。

よって，正答は選択肢 4 である。

〔No. 23〕　正答　4

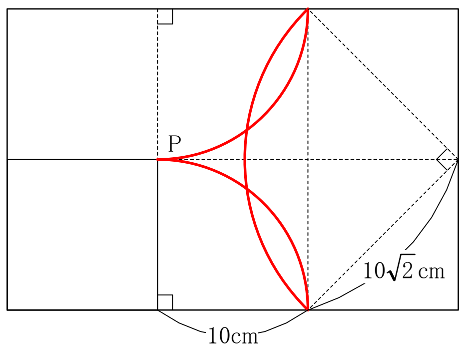
Aは「2分間点灯したのちに3分間消灯」するので5分ごとのパターンであり，Bは「1分間消灯したのちに3分間点灯」するので4分ごとのパターンである。したがって，5と4の最小公倍数である20分ごとに，A，Bがともに消灯している時間が何分あるかを調べればよい。



図で示したように，20分間にA，Bがともに消灯している時間は3分ある(図の斜線部分)。よって，60分間のうちでA，Bがともに消灯している時間は$3\times\frac{60}{20}=9$(分間)である。

〔No. 24〕　**正答　4**

正方形が長方形の内部を滑らずに転がるときの頂点Ｐの軌跡は，次のようになる。



よって，軌跡の長さは，

$$10\times2\times\pi\times\frac{1}{4}\times2+10\sqrt{2}\times2\times\pi\times\frac{1}{4}=(10+5\sqrt{2})\pi\ (\mathrm{cm})$$

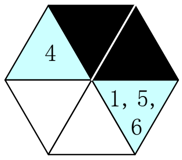
となる。

〔№. 25〕　**正答　4**

黒く塗られたマスが図 2 のようになるためには，最初のサイコロで 3 以外の目が出る必要がある。そこで，最初のサイコロの目が 1，2，4，5，6 であるそれぞれの場合について考えると，次のようになる。

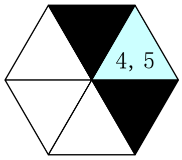
① 最初に 1 が出た場合

黒く塗られたマスは右の図のようになるので，図 2 のようになるためには，2 回目に 1，4，5，6 のいずれかの目が出ればよい。このときの確率は $\frac{1}{6}\times\frac{4}{6}=\frac{1}{9}$ である。



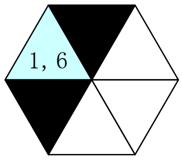
② 最初に 2 が出た場合

黒く塗られたマスは右の図のようになるので，図 2 のようになるためには，2 回目に 4 または 5 のいずれかの目が出ればよい。このときの確率は $\frac{1}{6}\times\frac{2}{6}=\frac{1}{18}$ である。



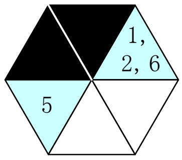
③ 最初に 4 が出た場合

黒く塗られたマスは右の図のようになるので，図 2 のようになるためには，2 回目に 1 または 6 のいずれかの目が出ればよい。このときの確率は $\frac{1}{6}\times\frac{2}{6}=\frac{1}{18}$ である。



④ 最初に 5 が出た場合

黒く塗られたマスは右の図のようになるので，図 2 のようになるためには，2 回目に 1，2，5，6 のいずれかの目が出ればよい。このときの確率は $\frac{1}{6}\times\frac{4}{6}=\frac{1}{9}$ である。



⑤ 最初に 6 が出た場合

黒く塗られたマスは①と同じになるので，このときの確率は $\frac{1}{6}\times\frac{4}{6}=\frac{1}{9}$ である。

よって，求める確率は $\frac{1}{9}+\frac{1}{18}+\frac{1}{18}+\frac{1}{9}+\frac{1}{9}=\frac{4}{9}$ である。

〔№. 26〕　**正答　3**

演算が「＋」および「×」であった場合には，計算結果がかならず正の整数となるので，計算結果が整数とならない場合および負となる確率を求めるには，演算が「－」および「÷」の場合のみを考えればよい。

演算が「－」の場合，演算結果はかならず整数となるが，負となるものが「1－2」，「1-3」，「1－4」，「2－3」，「2－4」，「3－4」の 6 通りある。また，演算が「÷」の場合，演算結果はかならず正となるが，整数とならないものが「1÷2」，「1÷3」，「1÷4」，「2÷3」，「2÷4」，「3÷2」，「3÷4」，「4÷3」の 8 通りある。また，すべての演算の場合の数は $4^3=64$ 通りである。

よって，求める確率は $\dfrac{6+8}{64}=\dfrac{7}{32}$ である。

〔No. 27〕　**正答　5**

A〜C について検討してみると，次のようになる。

A　平成 22 年度の産婦人科医療費は，(平成 19 年度の産婦人科医療費)×(1−0.0022)×(1−0.0225)×(1＋0.0079)≒(平成 19 年度の産婦人科医療費)×0.983 となり，平成 19 年度を下回っている。よって誤りである。

B　全診療科医療費に占める産婦人科医療費の割合は，平成 23 年度が 2.95%，平成 24 年度が 2.97%であり，平成 24 年度は前年の割合を上回っている。よって誤りである。

C　全診療科医療費は，$\dfrac{\text{産婦人科医療費}}{\text{全診療科医療費に占める産婦人科医療費の割合}}$ で求めることができる。ここで，平成 23 年度の産婦人科医療費を f とすると，平成 23 年度の全診療科医療費は $\dfrac{f}{0.0295}$ となり，平成 24 年度の全診療科医療費は $\dfrac{1.0103f}{0.0297}$ となる。したがって，平成 23 年度に対する平成 24 年度の全診療科医療費の増加率は，$\dfrac{1.0103f}{0.0297} \div \dfrac{f}{0.0295} = \dfrac{1.0103}{0.0297} \times 0.0295 = 1.0103 \times \dfrac{0.0295}{0.0297} \fallingdotseq 1.0035$ よりおよそ 0.35%となり，1%を下回っている。よって誤りである。

以上より，A〜C はすべて誤りであるので，正答は選択肢 5 である。